

2025 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科 電気電子情報通信工学専攻

基礎科目試験問題

(実施時間 9 : 3 0 ~ 1 2 : 3 0)

【注 意 事 項】

1. 問題用紙は、この表紙を除いて15頁ある。解答開始の指示があるまで開いてはいけない。解答開始後、落丁や不鮮明な箇所等があった場合は、手を挙げて監督者にその旨を伝えること。
2. 試験問題は、「数学1」、「数学2」、「数学3」、「数学4」、「数学5」、「電磁理論1」、「電磁理論2」、「電気電子回路1」、及び、「電気電子回路2」の9題*あり、この順番に綴じられている。このうち、5題を選択し解答すること。但し、選択すべき試験問題は、受験コース毎に下表のように規定されている。
- 3.

受験コース名	選択すべき試験問題
電気工学コース	「数学1」、「数学2」、「数学3」、「数学4」、「数学5」の5題から3題、及び、「電磁理論1」、「電磁理論2」、「電気電子回路1」、「電気電子回路2」の4題から2題、合計5題を選択すること
量子情報エレクトロニクスコース	
情報通信工学コース	9題（上記*印）から5題選択すること

4. 解答開始前に、別紙の「基礎科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと。
5. 問題用紙は持ち帰ってもよい。

【数学 1】 解答は，白色（1 番）の解答用紙に記入すること．

正方行列（square matrix） A および B を

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とする．以下の設問 (a)～(c) に答えよ．

(a) A と B のそれぞれについて，すべての固有値（eigenvalue）を求めよ．また，各固有値に対し固有ベクトル（eigenvector）を 1 つずつ示せ．

(b) 正方行列 X の指数関数（exponential function） $\exp(X)$ は

$$\exp(X) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} X^n$$

により定義される． α と β を実数（real number）とするととき， $\exp(\alpha A + \beta B)$ の固有ベクトルを 1 つ示し，それに対応する固有値を求めよ．

(c) B は，適切な正則行列（regular matrix） P を用いて，ジョルダン標準形（Jordan normal form）

$$P^{-1}BP = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

に変換できる． P を求めよ．

【数学2】 解答は、赤色(2番)の解答用紙に記入すること.

関数 (function) $f(t)$ のラプラス変換 (Laplace transform) を $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ と表すものとする. 以下の設問 (a)~(d) に答えよ.

(a) 関数 $f(t)$ に対し,

$$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{dF(s)}{ds},$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$$

が成立することを示せ.

(b) 関数 $f(t)$ は, 初期条件 (initial condition)

$$f(0) = 1, \quad \left.\frac{df(t)}{dt}\right|_{t=0} = 2$$

のもとで, 微分方程式 (differential equation)

$$t \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + (5t + 1) \frac{df(t)}{dt} + (4t - 2)f(t) = 0 \quad (1)$$

を満たす. このとき, 式 (1) の両辺をラプラス変換することにより, $F(s)$ に関する微分方程式を導け.

(c) 設問 (b) で求めた $F(s)$ に関する微分方程式を解き, $F(s)$ を s の関数として表せ. その際, 性質 $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$ を用いてもよい.

(d) 設問 (c) で求めた $F(s)$ を, 逆変換 (inverse transform) することで, 式 (1) の $t \geq 0$ における解 $f(t)$ を求めよ.

【数学3】解答は、青色（3番）の解答用紙に記入すること。

次の定積分 (definite integral) I に関する以下の設問 (a)～(c) に答えよ。

$$I = \int_0^{\infty} \frac{(\log t)^2}{1+t^2} dt$$

ただし、 $\log t$ は t の自然対数 (natural logarithm) を表す。

- (a) z を複素数 (complex number) として、 $e^z + e^{-z} = 0$ を満たす z をすべて求めよ。
- (b) 図1に示した積分路 (contour) C を利用して、次の定積分 J の値を求めよ。

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$$

- (c) $x = \log t$ と変数変換 (change of variable) することにより、定積分 I の値を求めよ。

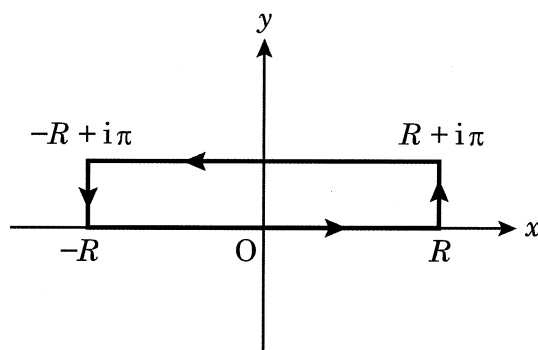


図1: 複素平面 (complex plane) 上の積分路 C . $R \rightarrow \infty$ の極限を考える。

【数学4】解答は、黄色（4番）の解答用紙に記入すること。

関数 (function) $x(t)$ が $(-\infty, \infty)$ において絶対積分可能 (absolutely integrable) である場合, $x(t)$ はフーリエ変換 (Fourier transform) が可能である. $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ とそのフーリエ逆変換 (inverse Fourier transform) は, それぞれ

$$\mathcal{F}[x](\omega) = X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$\mathcal{F}^{-1}[X](t) = x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

と定義される. ただし, i は虚数単位 (imaginary unit) である. 以下の設問 (a)~(d) に答えよ.

必要であれば, 解答に以下で定義される単位ステップ関数 (unit step function) $u(t)$ の記号を用いてもよい.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

(a) 次の式で定義される関数

$$g_1(t) = e^{-\pi|t|}$$

のフーリエ変換 $G_1(\omega)$ を求めよ.

(b) 次の式で定義される関数

$$g_2(t) = h(t) \cos \phi t$$

のフーリエ変換 $G_2(\omega)$ を求めよ. ただし ϕ は $-\pi < \phi \leq \pi$ を満たす定数 (constant) であり,

$$h(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$$

とする.

(c) 次の式で定義される関数

$$G_3(\omega) = \frac{1}{(2 + i\omega)^2}$$

のフーリエ逆変換 $g_3(t)$ を求めよ.

(d) 関数 $y(t)$ にフーリエ変換 $Y(\omega)$ が存在するとする. このとき,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(nT)e^{-i\omega_0 n} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y\left(\frac{\omega_0 + 2\pi k}{T}\right)$$

であることを示せ. ただし, $0 < T < \infty$ 及び $-\pi < \omega_0 \leq \pi$ とする. ここで, $y(t)$ と $Y(\omega)$ の間に以下の関係が成り立つことは説明なしに用いてよい.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(nT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y\left(\frac{2\pi k}{T}\right)$$

【数学5】解答は、水色（5番）の解答用紙に記入すること。

整数値を取る (integer-valued) 乱歩 (酔歩, random walk) $\{X_n; n = 0, 1, \dots\}$ を考える. この乱歩の状態遷移確率 (state transition probability) は

$$\Pr(X_{n+1} = k - 1 \mid X_n = k) = p, \quad \Pr(X_{n+1} = k + 1 \mid X_n = k) = 1 - p$$

で与えられる. ただし $0 < p < 1$ である. 以下の設問 (a)~(e) に答えよ.

- (a) ある時点 n ($n = 0, 1, \dots$) において状態 k にある, すなわち, $X_n = k$ であるという条件下で, その後, 状態 $k - 1$ に初めて到達するまでの遷移回数を F_1 とする.

$$F_1 = \inf_{m=1,2,\dots} \{m \mid X_n = k, X_{n+m} = k - 1\}$$

F_1 は n, k の値には依存しないことに注意せよ. ここで F_1 の確率母関数 (probability generating function) $G_1(z)$ を次式で定義する.

$$G_1(z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Pr(F_1 = m) z^m, \quad -1 < z < 1$$

さらに, $X_n = k$ であるという条件下で, その後, 状態 $k - 2$ に初めて到達するまでの遷移回数を F_2 とする. 状態 k から状態 $k - 2$ へ到達するためには, 少なくとも一度は状態 $k - 1$ へ到達しなければならない. この観察に基づいて, F_2 の確率母関数 $G_2(z)$

$$G_2(z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Pr(F_2 = m) z^m, \quad -1 < z < 1$$

を $G_1(z)$ を用いて与えよ.

- (b) $X_n = k$ であるという条件下で X_{n+1} が取り得る値で場合分けをすることにより, $G_1(z)$ が満たす 2 次方程式 (quadratic equation) を導け.
- (c) $G_1(z)$ を求めよ. なお, $G_1(z)$ の定義より, $G_1(0) = 0$ でなければならない.
- (d) F_1 が確率 1 で有限 (finite) の値をとる, すなわち, $\Pr(F_1 < \infty) = 1$ となる条件を求めよ. なお, $G_1(z)$ の定義より,

$$\Pr(F_1 < \infty) = \lim_{z \rightarrow 1} G_1(z)$$

である.

- (e) F_1 が確率 1 で有限の値をとり, かつ F_1 の期待値 (expectation) $E[F_1]$ が有限となる条件を求めよ.

【電磁理論1】 解答は桃色(6番)の解答用紙に記入すること.

解答用紙に①～⑨の番号を記し, 対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や数値, 語句を解答用紙に記入せよ.

[1] 図1に示す定常線電流(大きさ I)上の点 Q における微小電流要素によって点 P に生じる微小磁界を考える. $d\mathbf{l}$ は線電流に接し, 線電流の方向を向く無限に小さなベクトル線素(大きさ dl), $\mathbf{i}_l$ は $d\mathbf{l}$ の方向を向く単位ベクトル, r は点 Q から点 P までの距離, $\mathbf{i}_r$ は点 Q から点 P の方向を向く単位ベクトルとすると, 点 Q における微小電流要素 $\mathbf{i}_l Idl$ によって点 P に生

じる微小磁界 $d\mathbf{H}$ は I , r , $\mathbf{i}_r$ および $\mathbf{i}_l$ を用いて

$$d\mathbf{H} = \boxed{\text{①}} dl \quad (1)$$

と表される. $\mathbf{i}_l$ と $\mathbf{i}_r$ のなす角を θ とすると, 式(1)に示した微小磁界 $d\mathbf{H}$ の大きさ dH は θ を用いて

$$dH = \boxed{\text{②}} dl \quad (2)$$

と表すことができ, 式(1)または式(2)は $\boxed{\text{③}}$ の法則とよばれる.

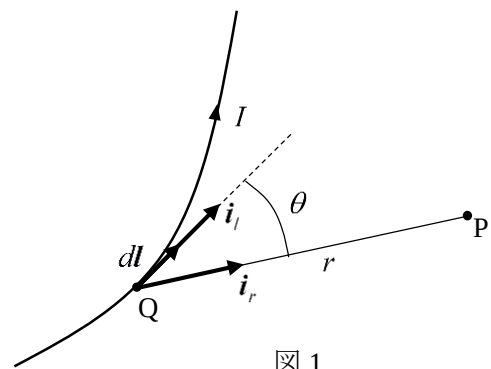


図1

[2] 次に図2に示す半径 a の定常円形電流(大きさ I)の中心点 O における磁界 $\mathbf{H}$ を考える. 円形電流上の点 Q における微小電流要素 $\mathbf{i}_l Idl$ によって点 O に生じる微小磁界 $d\mathbf{H}$ の大きさ dH は

$$dH = \boxed{\text{④}} dl \quad (3)$$

となる. 円形電流全体によって中心 O に生じる磁界 $\mathbf{H}$ は微小磁界 $d\mathbf{H}$ を円形電流全体にわたって線積分することにより得られ, その大きさ H は

$$H = \boxed{\text{⑤}} \quad (4)$$

となる.

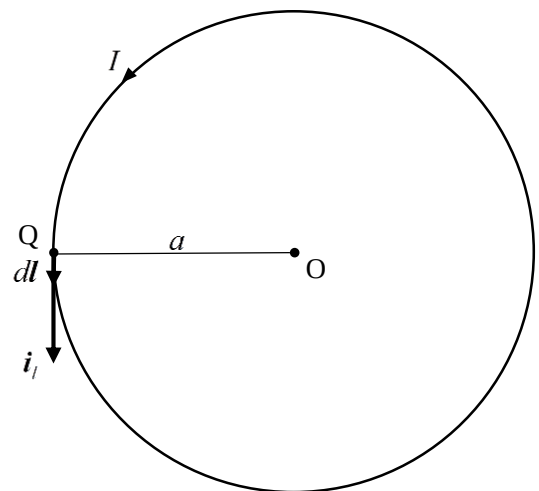


図2

[3] 次に図3に示す半径 a の定常円形電流(大きさ I)の中心軸上における磁界 $\mathbf{H}$ を考える. 円形電流の中心点を原点 O とし, 中心軸を z 軸とする直角座標系 (x, y, z) を定め, 円形電流は z 軸正の方向から見て反時計回りに流れているものとする. このとき, 円形電流上の点 Q における微小電流要素 $\mathbf{i}_l Idl$ によって z 軸上の点 $P(0, 0, z')$ ($z' > 0$)に生じる磁界 $d\mathbf{H}$ を, xy 平面に垂直なベクトル(z 方向成分) $d\mathbf{H}_\perp$ と xy 平面に平行なベクトル $d\mathbf{H}_\parallel$ に分解する. z 軸上($z > 0$)の任意の点と点 Q を結ぶ直線が z 軸となす角を φ とし, 点 P において $\varphi = \varphi'$ とすると, $d\mathbf{H}_\perp$ の大きさ $dH_\perp$ は

$$dH_{\perp} = \boxed{\text{⑥}} \sin \varphi' dl \quad (5)$$

となり、円形電流全体によって生じる xy 平面に垂直な磁界

$\mathbf{H}_{\perp}$ の大きさ $H_{\perp}$ は

$$H_{\perp} = \boxed{\text{⑦}} \sin \varphi' \quad (6)$$

となる。一方、 $d\mathbf{H}_{\parallel}$ の大きさ $dH_{\parallel}$ は

$$dH_{\parallel} = \boxed{\text{⑧}} dl \quad (7)$$

となり、円形電流全体によって生じる xy 平面に平行な磁界

$\mathbf{H}_{\parallel}$ の大きさ $H_{\parallel}$ は、 z 軸に対する対称性を考慮すると

$$H_{\parallel} = \boxed{\text{⑨}} \quad (8)$$

となることから、点 P における磁界 $\mathbf{H}$ の大きさ H は

$$H = \boxed{\text{⑩}} \sin \varphi' \quad (9)$$

となる。

ここで電流の存在しない領域における静磁界 $\mathbf{H}$ は、磁位と呼ばれるスカラー関数 ϕ_m を用いて

$$\mathbf{H} = - \boxed{\text{⑪}} \quad (10)$$

と表すこともできることから、空間中の任意の点 S を磁位の基準点にとったときの点 P の磁位 ϕ_m は円形電流 I を周辺とする面と交わらない任意の積分路で磁界 $\mathbf{H}$ を線積分することで求めることができ、積分路に沿う微小ベクトル線素を $d\mathbf{l}'$ とすると

$$\phi_m = - \int_S^P \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}' \quad (11)$$

と表すことができる。ここで基準点 S を z 軸正の無限遠 ($z \rightarrow +\infty$) にとり、積分路を z 軸上にとると、 $d\mathbf{l}' = \mathbf{i}_z dz$ であり

$$z = \frac{a}{\tan \varphi} \quad (12)$$

と置くと、

$$dz = - \frac{a}{\sin^2 \varphi} d\varphi \quad (13)$$

となる。基準点 S の磁位を 0 とすれば、点 P の磁位 ϕ_m は⑩の z' を z に置き換えて⑩'とし、式(13)を用いて式(11)を置換積分すると

$$\phi_m = - \int_{\infty}^{z'} \boxed{\text{⑩}'} \sin \varphi dz = - \int_0^{\varphi'} \boxed{\text{⑫}} \sin \varphi d\varphi = \boxed{\text{⑬}} \quad (14)$$

となる。このとき、図 3 に示すように点 P を頂点とし円形電流を周辺とする面を底面とする円錐の側面が、点 P を中心とし単位長さを半径とする球面から切り取る面積を点 P から円形電流を見込む立体角 ω

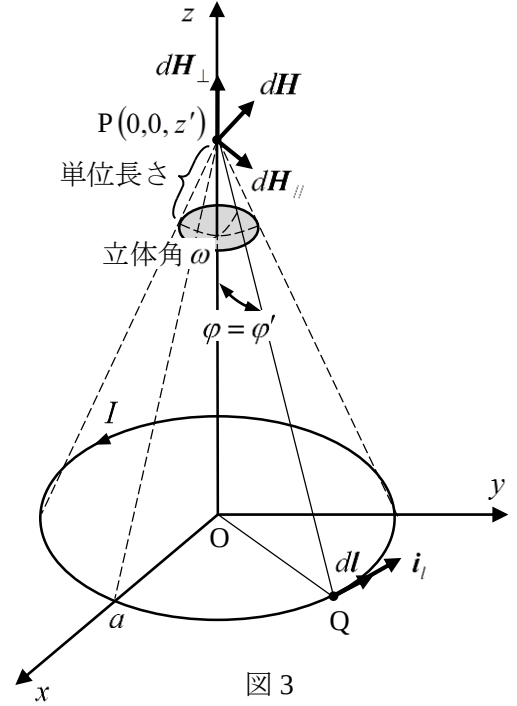


図 3

と呼び

$$\omega = 2\pi(1 - \cos\varphi') \quad (15)$$

となる．ここで点 P の磁位 ϕ_m を ω を用いて表すと

$$\phi_m = \boxed{\text{⑭}} \quad (16)$$

となる．これまでは z 軸上の点 P の磁位 ϕ_m について考えたが，点 P が z 軸上でない場合 ($z > 0$) でも，十分遠方では磁位 ϕ_m は式(16)と表されることが知られている．

[4] 次に図 4 に示す半径 a の定常円形電流（大きさ I ）から十分離れた点 R における磁位 ϕ_m と磁界 $\mathbf{H}$ を考える．円形電流の中心点を原点 O とし，中心軸を z 軸とする直角座標系 (x, y, z) を定め，円形電流は z 軸正の方向から見て反時計回りに流れているものとする．さらに座標 θ の基準軸 ($\theta = 0$ の方向) を $+z$ 軸，座標 φ の基準軸 ($\varphi = 0$ の方向) を $+x$ 軸とする球座標系 (r, θ, φ) を定め，基本ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}_r$ ， $\mathbf{i}_\theta$ ， $\mathbf{i}_\varphi$ とする．原点 O から点 R までの距離を r とし， r は a に比べ十分大きい ($r \gg a$) ので，点 R から円形電流を見込む立体角 ω は

$$\omega = \frac{\pi a^2 \cos\theta}{r^2} \quad (17)$$

と表される．式(17)を式(16)に代入すると，点 R における磁位 ϕ_m は

$$\phi_m = \boxed{\text{⑮}} \quad (18)$$

となる．このとき，点 R から見ると円形電流は磁気双極子とみなすことができ，その磁気双極子能率 m の大きさ m は

$$m = \boxed{\text{⑯}} \quad (19)$$

となり，点 R における磁界 $\mathbf{H}$ は m を用いて

$$\mathbf{H} = \mathbf{i}_r \boxed{\text{⑰}} + \mathbf{i}_\theta \boxed{\text{⑱}} + \mathbf{i}_\varphi \boxed{\text{㉑}} \quad (20)$$

と表される．したがって十分遠方では磁界の分布は電気双極子によって生じる電界の分布と同様になる．

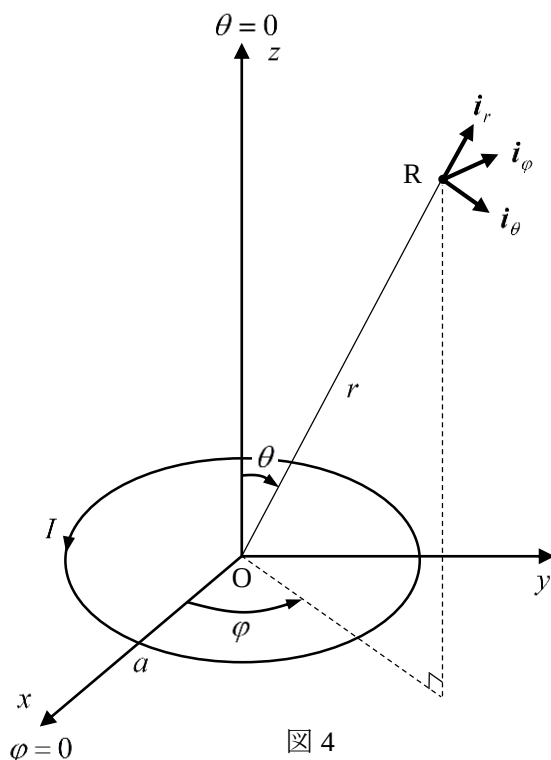


図 4

【電磁理論 1】

微小電流要素	infinitesimal current element
ベクトル線素	vector line element
定常円形電流	steady circular current
直角座標系	cartesian coordinates system
静磁界	static magnetic field
磁位	magnetic potential
無限遠	infinity
円錐	cone
立体角	solid angle
球座標系	spherical coordinates system
磁気双極子能率	magnetic dipole moment
電気双極子	electric dipole

【電磁理論2】 解答は、緑色(7番)の解答用紙に記入すること。

解答用紙に①～⑩の番号を記し、対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や数値、図を解答用紙に記入せよ。本問では真空中の静電磁界の中での電子の運動について考える。電子の電荷を $-e(e>0)$ 、質量を m とし、電子の運動による静電磁界への影響は無視する。また、直角座標系 (x, y, z) を用い、その基本ベクトルを $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ とする。

図に示すように、面 $z=0$ および面 $z=d$ ($d>0$)に無限に広い厚みの無い完全導体板が存在し、面 $z=0$ の導体板の電位は V_0 ($V_0>0$)、面 $z=d$ の導体板の電位は 0 であるとする。また、導体板間には一様な磁束密度 $\mathbf{B}=\mathbf{i}_x B_0$ ($B_0>0$)が分布している。

導体板間の電位 ϕ は z の関数として

$$\phi = \boxed{\text{①}} \quad (1)$$

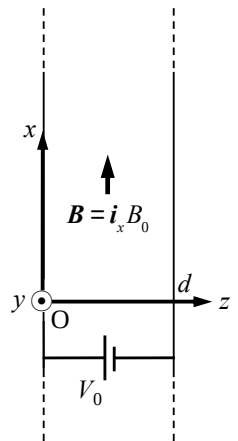
と表され、電界 $\mathbf{E}$ と ϕ の関係は

$$\mathbf{E} = \boxed{\text{②}} \quad (2)$$

で与えられるから、導体板間の $\mathbf{E}$ は

$$\mathbf{E} = \boxed{\text{③}} \quad (3)$$

と表される。



導体板間に1個の電子が存在し、時刻 t における電子の位置を点 (x, y, z) 、速度を $\mathbf{v}=\mathbf{i}_x v_x + \mathbf{i}_y v_y + \mathbf{i}_z v_z$ とする。電子の運動方程式は磁束密度 $\mathbf{B}$ および電界 $\mathbf{E}$ を用いて以下のように書ける。

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \boxed{\text{④}} \quad (4)$$

式(4)を各方向成分に分けて書くと以下のようになる。

$$m \frac{dv_x}{dt} = \boxed{\text{⑤}} \quad (5)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = \boxed{\text{⑥}} \quad (6)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = \boxed{\text{⑦}} \quad (7)$$

式(6)と式(7)から v_z を消去すると以下の式が得られる。

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} = \boxed{\text{⑧}} v_y + \boxed{\text{⑨}} \quad (8)$$

式(8)の微分方程式を解くにあたり、まず特殊解から求める。特殊解を $v_y = C$ (C は定数)とおくと、 C は以下の値となる。

$$C = \boxed{\text{⑩}} \quad (9)$$

式(8)から⑨を取り除いた式を解いて一般解を求め、この一般解に⑩の特殊解を加えると式(8)の解が得られる。さらに式(7)を解き、時刻 $t=0$ における電子の速度 $\mathbf{v}$ と位置についての初期条件を適用して、時刻 t における v_y 、 v_z 、 y 、 z の式(10)～(13)を求める。ここでは、電子は導体板には衝突することなく運動するものとして各式を求めてよい。時刻 $t=0$ における速度 $\mathbf{v}$ の各方向成分を $v_y=v_{y0}$ 、 $v_x=v_z=0$ とすると、

$$v_y = (\text{⑪}) \cos \omega_c t + \text{⑩} \quad (10)$$

$$v_z = (\text{⑪}) \sin \omega_c t \quad (11)$$

となる。ここで、式(10)と式(11)に含まれる ω_c は $\omega_c = \text{⑫}$ である。時刻 $t=0$ における位置を $z = \frac{d}{2}$ 、 $x=y=0$ とすると、

$$y = \text{⑬} (\text{⑪}) \sin \omega_c t + \text{⑭} \quad (12)$$

$$z = \text{⑬} (\text{⑪}) (\text{⑮} - \cos \omega_c t) + \text{⑯} \quad (13)$$

となる。⑬は必ず ω_c を含む数式で解答すること。

以下では、式(10)～(13)で表される電子の運動について考察する。まず、 v_{y0} の値が⑩に等しい場合を考える。式(10)から $v_y = \text{⑰}$ 、式(11)から $v_z = \text{⑱}$ となって電子は等速直線運動を行う。なぜなら、磁束密度が電子に及ぼす力 $\mathbf{F}_B$ は $\mathbf{F}_B = \text{⑲}$ 、電界が電子に及ぼす力 $\mathbf{F}_E$ は $\mathbf{F}_E = \text{⑳}$ となるからである。⑲と⑳は必ず V_0 を含む数式で解答すること。次に、 v_{y0} の値が⑩の2倍である場合を考える。式(10)の v_y の最大値は⑳、最小値は㉑、式(11)の v_z の最大値は㉒、最小値は㉓である。また式(13)から、電子が導体板に衝突することなく運動するためには、 B_0 ($B_0 > 0$)の値は

$$B_0 > \text{㉔} \quad (14)$$

でなければならないことがわかる。このとき、式(12)から等速直線運動を表す項⑭を取り除いた式を y_c とすると、 y_c と式(13)の z から、

$$y_c^2 + (z - \text{㉕} - \text{㉖})^2 = (\text{㉖})^2 \quad (15)$$

が得られ、式(15)は半径が㉖の円運動の軌跡を表している。㉖は必ず ω_c を含む数式で解答すること。また、式(10)から等速直線運動を表す項⑩を取り除いた式を v_{yc} とし、 v_{yc} と式(11)の v_z から円運動の速度の大きさ v_c を求めると

$$v_c = \text{㉗} \quad (16)$$

となるから、この円運動は周期㉘の等速円運動であることがわかる。等速円運動の1周期の間に等速直線運動によって運動する距離は㉙であり、電子の運動はこれら2種類の運動の合成である。㉘と㉙は必ず ω_c を含む数式で解答すること。 B_0 の値を㉔の2倍として、等速円運動と等速直線運

動の合成である電子の運動の軌跡の概形を描くと、図 30 のようになる。図 30 では、解
 答用紙の紙面を yz 面とし、面 $z = d$ の導体板に電子が最も近づく点を 2 点以上含む軌跡の概形を描き、
 それらの点の y 座標と z 座標の値を ω_c および B_0 を含まない数式で示すこと。

専門用語の英訳

静電磁界	static electromagnetic field
直角座標系	cartesian coordinates
完全導体	perfect conductor
一様な	uniform
磁束密度	magnetic flux density
電位	electric potential
電界	electric field
速度	velocity
運動方程式	equation of motion
初期条件	initial condition
微分方程式	differential equation
特殊解	special solution
一般解	general solution
等速直線運動	uniform linear motion
円運動	circular motion
軌跡	trajectory
周期	period

【電気電子回路1】 解答は, 灰色(8番)の解答用紙に記入すること.

図1の回路において $t < 0$ (t は時刻を表す) でスイッチは閉じており, 回路は電源 $E (> 0)$ に接続し定常状態^{*1}にあるとする. つぎに, $t = 0$ でスイッチを開く. 図中においてポート $1-1'$ にかかる電圧を $v(t)$, キャパシタにかかる電圧を $v_C(t)$, インダクタに流れる電流を $i_L(t)$ とする. 以下の問いに答えよ. R_1, R_2, C, L は正の実数とする.

(1) スwitchを開く直前における $i_L(0^-)$, $v_C(0^-)$ を求めよ.

(2) スwitchを開いた直後における $v(0^+)$ を求めよ.

以降, $t \geq 0$ の場合を考える. また, $i_L(t)$ と $v(t)$ のラプラス変換^{*2}を $I_L(s)$ と $V(s)$ とする.

(3) $I_L(s)$ と $V(s)$ を求めよ.

(4) $v(t)$ が時間と無関係に一定となるために必要な R_1, R_2, C, L の関係を求めよ.

(5) 問い(4)の関係を満たすとき, $i_L(t)$ を求めよ.

(6) $4L/C \geq (R_1 + R_2)^2$ のとき, $i_L(t)$ を求めよ. 解答には角周波数^{*3} $\omega = \sqrt{1/LC - (R_1 + R_2)^2/4L^2}$ を用いて良い.

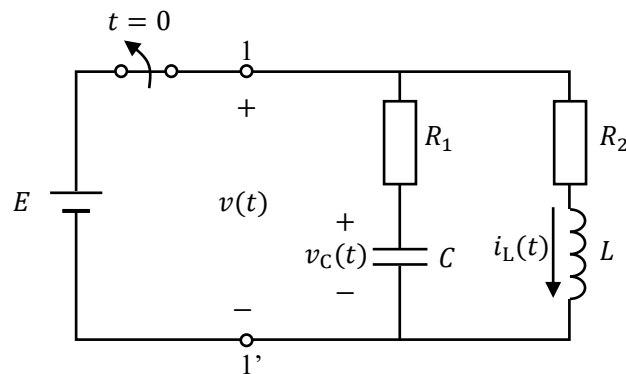


図 1

*1 定常状態: steady state

*2 ラプラス変換: Laplace transform

*3 角周波数: angular frequency

【電気電子回路2】 解答は, だいたい色(9 番)の解答用紙に記入すること.

n チャネル MOSFET が飽和領域^{*1}で動作する場合, ドレイン電流 I_D はゲート・ソース間電圧 V_{GS} に対し, しきい値電圧^{*2} V_{TH} と定数 β を用い $I_D = 0.5\beta(V_{GS} - V_{TH})^2$ と表現できるとする. 以下の問いでは飽和領域で動作する場合のみを考え, 直流電圧^{*3} (V_{IN_DC} , V_{OUT_DC}) と小信号電圧 ($v_{in}(t)$, $v_{out}(t)$) を用いて, 入力電圧と出力電圧をそれぞれ $V_{IN_DC} + v_{in}(t)$, $V_{OUT_DC} + v_{out}(t)$ とする. ただし, t は時刻を表し, 必要な場合は $\beta = 2.0 \text{ mA/V}^2$, $V_{TH} = 0.50 \text{ V}$, $R = 1.0 \text{ k}\Omega$, $C = 1.0 \text{ }\mu\text{F}$ の値を用いよ.

(1) 図 1 の回路の名称を答えよ.

以下の問い(2)および(3)では, $v_{in}(t) = v_{out}(t) = 0$ の場合を考え, V_{IN_DC} 以外の変数は数値にすること.

(2) 図 1 の回路に関して, V_{OUT_DC} を V_{IN_DC} の関数として表せ.

(3) 図 2 の回路に関して, V_{OUT_DC} を V_{IN_DC} の関数として表せ.

次に, $V_{IN_DC} = 4.25 \text{ V}$ とし, 図 2 の回路が周期定常状態^{*4}にあるときを考える. ただし, $\omega \text{ [rad/s]}$ は角周波数^{*5}であり, 虚数単位^{*6}を j とする.

(4) 図 3 の n チャネル MOSFET の小信号等価回路を用いて, 図 2 の回路の小信号等価回路^{*7}を描け. ここで, 図 3 の G, S, D はそれぞれゲート, ソース, ドレイン^{*8}, v_{GS} は小信号電圧, g_m は相互コンダクタンス^{*9}である. また, 図には $v_{in}(t)$, $v_{out}(t)$ ならびに素子パラメータも図示せよ.

(5) 入力電圧 $v_{in}(t)$ のフェーザ表示を $\dot{v}_{in}(\omega)$, 出力電圧 $v_{out}(t)$ のフェーザ表示を $\dot{v}_{out}(\omega)$ としたとき, 図 2 の小信号等価回路における電圧利得 $A_v(\omega) = \frac{\dot{v}_{out}(\omega)}{\dot{v}_{in}(\omega)}$ を, R , C , g_m , ω を用いて表せ.

(6) $|A_v(\omega)|/|A_v(0)| = 1/\sqrt{2}$ となる ω の値を答えよ. なお, 必要な場合は g_m の値も求めること.

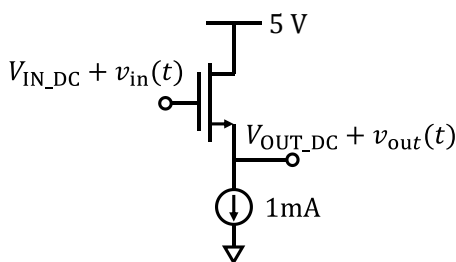


図 1

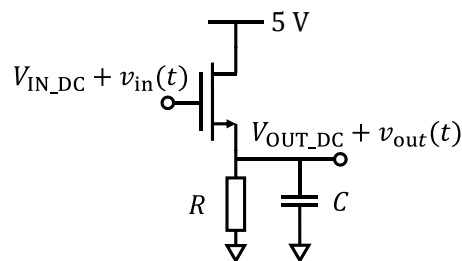


図 2

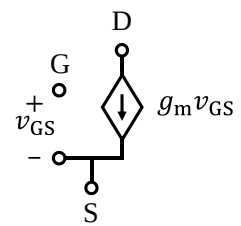


図 3

注 図中, 右の記号は基準電位^{*10}を示す. ↓

*1 飽和領域 : saturation region

*2 しきい値電圧 : threshold voltage

*3 直流電圧 : DC (Direct Current) voltage

*4 周期定常状態 : periodic steady state

*5 角周波数 : angular frequency

*6 虚数単位 : imaginary unit

*7 小信号等価回路 : small-signal equivalent circuit

*8 ゲート, ソース, ドレイン : gate, source, drain

*9 相互コンダクタンス : trans-/mutual-conductance

*10 基準電位 : reference potential