2020 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

基礎科目試験問題

（実施時間　９：３０ ～ １２：３０）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて１４頁ある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，及び，「電気電子回路２」の９題*あり，この順番に綴じられている．このうち，５題を選択し解答すること．但し，選択すべき試験問題は，受験コース毎に下表のように規定されている．

３．

<table>
<tr><th>受験コース名</th><th>選択すべき試験問題</th></tr>
<tr><td>電気工学コース</td><td rowspan="2">「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」の５題から３題，及び，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，「電気電子回路２」の４題から２題，合計５題を選択すること</td></tr>
<tr><td>電子工学コース</td></tr>
<tr><td>情報通信工学コース</td><td>９題（上記*印）から５題選択すること</td></tr>
</table>

４．解答開始前に，別紙の「基礎科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

５．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【数学1】解答は，白色（1番）の解答用紙に記入すること．

t を実変数（real variable）とし，(x,y) 平面（plane）におけるベクトル（vector）

$$\boldsymbol{v}(t)=\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}=\exp(t\boldsymbol{A})\boldsymbol{v}(0) \tag{1}$$

に関し，$\boldsymbol{A}$ を 2 次元正方行列（two-dimensional square matrix） $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ として，以下の設問 (a)～(c) に答えよ．

(a) $\boldsymbol{A}$ の固有値（eigenvalue）および固有ベクトル（eigenvector)を全て求めよ．

(b) 行列 $\boldsymbol{X}$ の指数関数（exponential function）は $\exp(\boldsymbol{X})=\lim_{n\to\infty}\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{X}}{n}\right)^n$ で与えられる． $\boldsymbol{E}+\frac{t}{n}\boldsymbol{A}$ を対角化（diagonalize）し，$\exp(t\boldsymbol{A})$ を求めよ．ただし，n は正の整数（positive integer），$\boldsymbol{E}$ は単位行列（identity matrix）である．

(c) 式(1)で表される曲線群（family of curves）の概略を，(x,y) 平面上に図示せよ．

【数学2】解答は，赤色（2番）の解答用紙に記入すること.

以下の設問 (a)～(d) に答えよ．ただし，y'，y''，$y^{(n)}$ はそれぞれ x に関する y の 1 階，2 階，n 階の微分 (differentiation) を表す．また，$|x| \leq 1$ とし，n は正の整数 (positive integer) である．

(a) $y = (x^2 - 1)^n$として，

$$(x^2 - 1)y' = 2nxy \qquad (1)$$

を導け.

(b) 式 (1) の両辺を x で $n+1$ 回微分し，$u(x) = y^{(n)}$ が 2 階微分方程式 (second-order differential equation)

$$(1 - x^2)u'' - 2xu' + n(n+1)u = 0$$

の解であることを示せ.

(c) $P_n(x) = C_n u(x)$ で表される n 次の多項式 (polynominal) $P_n(x)$ を考える．ただし，C_n は 0 ではない係数 (coefficient) である．$P_n(1) = 1$ として，C_n を求めよ.

(d) 以下の積分 (integral) を求めよ.

$$\int_{-1}^{1} {P_n}^2(x)\mathrm{d}x$$

【数学３】解答は，青色（３番）の解答用紙に記入すること．

次の式で定義される複素関数（complex function）$f(z)$ に関する以下の設問 (a)〜(d) に答えよ．ただし，m，r は正の実数（real number）とする．

$$f(z) = \frac{ze^{irz}}{z^2 + m^2}$$

(a) $f(z)$ のすべての極（pole）における留数（residue）を求めよ．

(b) 図 1 に示した積分路（contour）C_1，C_2 に関する関数 $f(z)$ の周回積分（closed contour integral）

$$\oint_{\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2} f(z)\mathrm{d}z$$

を求めよ．ただし，$R > m$とする．

(c) 積分路 C_2 に関する関数 $f(z)$ の経路積分（contour integral）について，

$$\lim_{R\to\infty} \int_{\mathrm{C}_2} f(z)\mathrm{d}z = 0$$

が成り立つことを示せ.

(d) 設問 (b) および (c) の結果を用いて次の実積分（real integral）を求めよ．

$$\int_0^\infty \frac{2k}{k^2+1} \sin k\, \mathrm{d}k$$

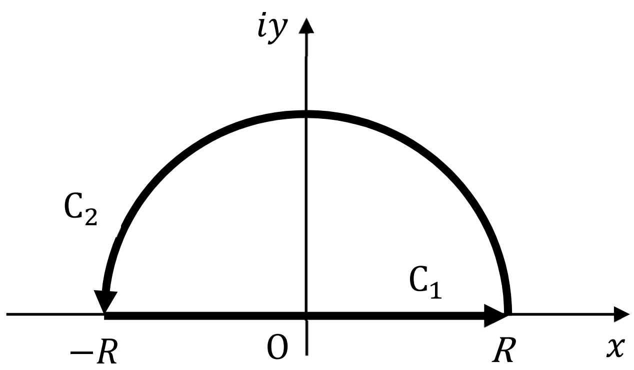

図 1　x 軸上の積分路 C_1 と，半径 R の円弧（arc）に沿った積分路 C_2　（$R > m$）

【数学４】解答は，黄色（４番）の解答用紙に記入すること．

関数 (function) $f(t)$ と $u(t)$ を次のように定義するとき，

$$f(t) = \begin{cases} 5\cos t\,, & 0 \le t < \dfrac{\pi}{2} \\ 0\,, & t \ge \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \quad , \qquad u(t) = \begin{cases} 0\,, & t < 0 \\ 1\,, & t \ge 0 \end{cases}$$

以下の設問 (a)∼(d) に答えよ．

(a)　$f(t)$ を $u(t)$ と $u(t - \dfrac{\pi}{2})$ を用いて表せ．

(b)　$f(t)$ のラプラス変換 (Laplace transform) $F(s)$ を求めよ．

(c)　$t \ge 0$ のとき次の積分 (integral) を求めよ．

$$\int_0^t f(t-\tau)e^{-\tau}\sin\tau \ \mathrm{d}\tau$$

(d)　$t \ge 0$ で次の微分方程式 (differential equation) を満たす関数 $x(t)$ を求めよ．

$$\frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + 2x(t) = f(t)$$

ただし，$x(0) = 1$，$\left.\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = 2$ である．

【数学５】解答は，水色（５番）の解答用紙に記入すること．

非負の整数値 (nonnegative integer value) をとる乱歩 (random walk) $\{X_n;\ n=0,1,\ldots\}$ を考える．自然数 (natural number) からなる集合を $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ とする．時刻 n における状態 X_n が与えられたとき，時刻 $n+1$ における状態 X_{n+1} は以下の条件付き確率 (conditional probability)

$$\Pr(X_{n+1}=j \mid X_n=i)=\frac{1}{i+2}, \qquad i\in\mathbb{N},\ j=0,1,\ldots,i+1$$
$$\Pr(X_{n+1}=0 \mid X_n=0)=1$$

によって定められる．すなわち，ある時刻 n における状態 X_n が $i\in\mathbb{N}$ のとき，次の時刻 $n+1$ における状態 X_{n+1} は $\{0,1,\ldots,i+1\}$ 上の一様分布 (uniform distribution) に従い決定され，一旦，状態 0 に到達すると，それ以降，状態 0 に留まり続ける．以下の設問 (a)〜(d) に答えよ．

(a) 2 以上の自然数 M に対して，$p_i(M)$ $(i=1,2,\ldots,M)$ を，ある時刻 n において $X_n=i$ であるという条件の下で，その後，状態 $M+1$ に一度も到達することなく状態 0 へ到達する条件付き確率とする．ただし $p_0(M)=1$，$p_{M+1}(M)=0$ とする．このとき，時刻 $n+1$ における状態を考えることにより，$p_i(M)$ $(i=1,2,\ldots,M)$ を $p_j(M)$ $(j=0,1,\ldots,i+1)$ を用いて表せ．

(b) $q_k(M)=p_k(M)-p_{k-1}(M)$ $(k=1,2,\ldots,M+1)$ とする．このとき $q_k(M)$ $(k=2,3,\ldots,M+1)$ は $q_1(M)$ を用いて

$$q_k(M)=f_k(M)q_1(M), \qquad k=2,3,\ldots,M+1$$

という形で表現できる．$f_k(M)$ $(k=2,3,\ldots,M+1)$ を求めよ．

(c) $p_i(M)$ $(i=1,2,\ldots,M)$ を $f_k(M)$ $(k=2,3,\ldots,M+1)$ を用いて表せ．

(d) 前問の結果より，任意の $i\in\mathbb{N}$ に対して

$$\lim_{M\to\infty} p_i(M)=1$$

が成立するため，$\{X_n;\ n=0,1,\ldots\}$ は初期状態 (initial state) に関わらず，確率 1 で状態 0 に到達する．$X_0=i\in\mathbb{N}$ という条件下で初めて状態 0 を訪れる時刻の期待値 (expectation) を T_i とする．全ての $i\in\mathbb{N}$ に対して $T_{i+1}\geq T_i$ ならば，$T_1\geq 2(e-1)$ が成立することを示せ．ただし e はネイピア数 (Napier's constant) である．

【電磁理論1】 解答は，桃色（6番）の解答用紙に記入すること．

解答用紙に①～㉕の番号を記し，対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や数値，語句を解答用紙に記入せよ．ただし，⑭㉔に関しては適切な語句を選んでその記号を記し，㉓はグラフを描け．

［1］真空中の電界 $\boldsymbol{E}$，磁界 $\boldsymbol{H}$ に対するマクスウェル方程式の微分表示は，電流密度を $\boldsymbol{J}$，電荷密度をρ，誘電率をε_0，透磁率をμ_0とすると，次の４つの式で記述される．

電束に関するガウスの法則： $\boxed{①}$ (1)

磁束に関するガウスの法則： $\boxed{②}$ (2)

ファラデー・マクスウェルの法則： $\boxed{③}$ (3)

アンペア・マクスウェルの法則： $\boxed{④}$ (4)

［2］真空中の領域１と領域２を考え，その間の不連続境界面を S とする．それぞれの領域における S 上での電界と磁界をそれぞれ $\boldsymbol{E}_1$，$\boldsymbol{E}_2$，$\boldsymbol{H}_1$，$\boldsymbol{H}_2$ と表し，領域２から１へ向く S の単位法線ベクトルを $\boldsymbol{n}$，S 上の面電流密度と面電荷密度をそれぞれ $\boldsymbol{K}$, ξ とすると，積分形で表される電束に関するガウスの法則とアンペア・マクスウェルの法則から導かれる境界条件はそれぞれ，

電界 $\boldsymbol{E}$ に対する境界条件： $\boxed{⑤}$ (5)

磁界 $\boldsymbol{H}$ に対する境界条件： $\boxed{⑥}$ (6)

となる．

［3］以下では，円柱状の定常電流による磁界を求める．円柱座標系(r, φ, z)において，基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_r$, $\boldsymbol{i}_\varphi$, $\boldsymbol{i}_z$ とし，$\boldsymbol{H}$ のそれぞれの成分を H_r, H_φ, H_z とする．アンペア・マクスウェルの法則を表す式(4)の円柱座標系での成分を考えると，

$$\text{式(4)の空間微分の項} = \frac{1}{\boxed{⑦}}\begin{vmatrix} \boldsymbol{i}_r & \boxed{⑦}\,\boldsymbol{i}_\varphi & \boldsymbol{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_r & \boxed{⑦}\,H_\varphi & H_z \end{vmatrix}$$

$$= \boldsymbol{i}_r\left(\frac{1}{\boxed{⑦}}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\right) + \boldsymbol{i}_\varphi\left\{\frac{\partial H_r}{\partial z} + \left(\boxed{\quad ⑧ \quad}\right)\right\} + \boldsymbol{i}_z\left(\boxed{\quad ⑨ \quad} - \frac{1}{\boxed{⑦}}\frac{\partial H_r}{\partial \varphi}\right) \qquad (7)$$

となる．

まず， z 軸を中心軸とした半径 a の無限長の円柱内で，一様な定常電流が z 方向に流れている場合を考える．電流密度 $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{i}_z J_0$ で J_0 ($J_0 > 0$)は定数とする．この場合，式(4)より，式(7)は $\boxed{⑩}$ 方向成分のみとなり，系の対称性より磁界 $\boldsymbol{H}$ は $\boxed{⑪}$ 方向成分のみとなるから，磁界を求めるために解くべき微分方程式は，

$$\boxed{⑨} = \begin{cases} \boxed{⑫} & (r < a) \\ \boxed{⑬} & (r > a) \end{cases} \tag{8}$$

となる．この電流分布の境界 $r = a$ において，面電流密度 $\boldsymbol{K} = 0$ であることから，式(6)の境界条件を適用すると，磁界 $\boldsymbol{H}$ の境界面における ⑭(イ)法線，(ロ)接線 成分，すなわち磁界の成分 ⑮ および H_z は連続となる．この境界条件と $r = 0$ での磁界が有限となるべきことを用いて式(8)を解くと，次式が得られる．

$$\boxed{⑮} = \begin{cases} \boxed{⑯} & (r < a) \\ \boxed{⑰} & (r \geq a) \end{cases} \tag{9}$$

更に，上述の電流分布に加えて，新たにこの円柱内($0 < r < a$)で，一様な定常電流が φ 方向に流れている場合を考える．この新たな定常電流は z 方向に依存せず，その電流密度は $\boldsymbol{i}_\varphi J_1$ で，J_1 ($J_1 > 0$)は定数とする．この電流成分は式(7)において ⑱ 方向成分のみに寄与し，これによる磁界は系の対称性より ⑲ 方向成分のみとなるから，この新たな電流成分による磁界を求めるために解くべき微分方程式は，

$$\boxed{⑧} = \begin{cases} \boxed{⑳} & (r < a) \\ \boxed{⑬} & (r > a) \end{cases} \tag{10}$$

となる．この電流分布の境界 $r = a$ において，面電流密度 $\boldsymbol{K} = 0$ であることから，式(6)の境界条件を適用すると，この新たな電流成分による磁界の境界面における ⑭(イ)法線，(ロ)接線 成分，すなわち磁界の成分 ㉑ および H_φ は連続となる．この境界条件と $r \to \infty$ のとき磁界の満たすべき条件を用いて式(10)を解くと，

$$\boxed{㉑} = \begin{cases} \boxed{㉒} & (r < a) \\ \boxed{⑬} & (r \geq a) \end{cases} \tag{11}$$

となる．

式(9)と式(11)より，磁界成分の比 ㉑ / ⑮ の分布を横軸が r のグラフに図示すると ㉓ のようになる．したがって，磁界 $\boldsymbol{H}$ の分布を表す磁気力線の z 軸を中心とする回転のピッチ，すなわち磁気力線に沿って z 軸を中心として1回転するときに z 方向に進む距離は，$r = 0$ の z 軸付近では $r = a$ 付近($r < a$)に比べて ㉔(イ)短，(ロ)長 く，$r \geq a$ では ㉕ となる．

【電磁理論2】解答は，緑色（7番）の解答用紙に記入すること．

解答用紙に①～⑲の番号を記し，対応する以下の文中の空欄に当てはまる数式や語句を解答用紙に記入せよ．⑪および⑲は括弧より適切な語句を選択せよ．⑨，⑱にはグラフを示せ．

電界を $\boldsymbol{E}$，磁界を $\boldsymbol{H}$，自由電流密度を $\boldsymbol{J}$，真空の誘電率を ε_0 および透磁率を μ_0 とし，下記の設問に従って，誘電率の角周波数 ω 依存性 $\varepsilon(\omega)=\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}(\omega)$ （$\varepsilon_{\mathrm{r}}(\omega)$ は比誘電率）を求めよ．また，比透磁率は1とみなせるものとする．

[1] 真空中の微分形式のアンペア・マクスウェルの方程式を示せ． ただし，②には変位電流密度の項を記入すること．

$$\boxed{\quad ① \quad} = \boldsymbol{J} + \boxed{\quad ② \quad} \tag{1}$$

[2] 真空中に電子，陽イオンを含む線形，等方，均質な媒質 1 が存在する空間を考え，x 方向に一様な高周波電界が印加されており，その大きさを

$$E = E_0\cos\omega t \tag{2}$$

とする．媒質中の電子について，単位体積あたりの電子数を N，電荷を $-e$，質量を m，x 方向の速度の大きさを v_1 とする．陽イオンの変位量は小さく，それらの運動や衝突は無視でき，媒質中の電子に働く力は式(2)の高周波電界によるもののみとする．

このとき単一の電子の x 方向の運動方程式は，E_0 を用いて表すと

$$m\frac{dv_1}{dt} = \boxed{\quad ③ \quad} \tag{3}$$

となる．これにより初期速度を 0 としたときの電子の速度 v_1 は

$$v_1 = \boxed{\quad ④ \quad} \tag{4}$$

となる．単位体積あたりの電子数 N の速度のそろった電子群の運動によって生じる自由電流密度の大きさ J_1 を，E_0 を用いて表すと，

$$J_1 = \boxed{\quad ⑤ \quad} \tag{5}$$

となる．一方で，変位電流密度の大きさ J_1' は式(1)の②より，E_0 を用いて表すと，

$$J_1' = \boxed{\quad ⑥ \quad} \tag{6}$$

と表されることから，式(5)，式(6)と式(1)の関係より

$$[\nabla\times\boldsymbol{H}]_x = \boxed{\quad ⑦ \quad}\,\omega E_0\sin\omega t \tag{7}$$

が得られる．ただし，$[\nabla\times\boldsymbol{H}]_x$ は $\nabla\times\boldsymbol{H}$ の x 成分を表す．ここでプラズマ角周波数 $\omega_{\mathrm{p}}=\sqrt{Ne^2/m\varepsilon_0}$ を用いて式(7)を表すと，

$$\left[\nabla\times\boldsymbol{H}\right]_x = -\varepsilon_0 \boxed{\quad ⑧ \quad} \omega E_0 \sin\omega t \tag{8}$$

となる．一方で，媒質がない場合は，

$$\left[\nabla\times\boldsymbol{H}\right]_x = -\varepsilon_0 \omega E_0 \sin\omega t \tag{9}$$

と表されるので，式(8)，式(9)を比較すると，媒質中における比誘電率$\varepsilon_{\mathrm{r},1}(\omega)$は，

$$\varepsilon_{\mathrm{r},1}(\omega) = \boxed{\quad ⑧ \quad} \tag{10}$$

となる．式(10)を縦軸$\varepsilon_{\mathrm{r},1}$，横軸$\omega$でグラフ $\boxed{\quad ⑨ \quad}$ に表せ．ただし，グラフには$\varepsilon_{\mathrm{r},1}(\omega)=0$となる$\omega$の値，$\omega=0$近傍での$\varepsilon_{\mathrm{r},1}(\omega)$の変化の様子，および$\omega\to\infty$における$\varepsilon_{\mathrm{r},1}(\omega)$の値を示せ．

屈折率$n_1(\omega)$は$n_1(\omega)=\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r},1}(\omega)}$で与えられ，$\omega_{\mathrm{p}}$を用いて表すと，

$$n_1(\omega) = \boxed{\quad ⑩ \quad} \tag{11}$$

となる．

式(11)では，$\omega>\omega_{\mathrm{p}}$のときには，$n_1(\omega)$は実数で 1 より $\boxed{\quad ⑪ \quad (大きく，小さく)}$ なる．$\omega<\omega_{\mathrm{p}}$のときには，$n_1(\omega)$は虚数となり電磁波は存在できない．例えば，このとき真空から媒質に入射される電磁波はその境界面で全反射される．この屈折率$n_1(\omega)$は，角周波数ωの電磁波の気体媒質（プラズマ）中での伝搬特性を表すものである．

[3]　[2]と同様に，真空中に電子，陽イオンを含む線形，等方，均質な媒質 2 が存在する空間を考え，x方向に式(2)の高周波電界が印加されている．このとき媒質中の電子はそれぞれ，変位量に比例した復元力$-m\omega_0^2\delta$（電子の単振動の固有角周波数をω_0，電子のx方向の変位量をδとする）と式(2)の高周波電界の力のみが寄与するものとする．媒質中の電子について，単位体積あたりの電子数をN，電荷を$-e$，質量をm，x方向の速度の大きさ（$d\delta/dt$）をv_2とする．このとき単一の電子のx方向の運動方程式は，

$$m\frac{dv_2}{dt} = \boxed{\quad ③ \quad} - m\omega_0^2\delta \tag{12}$$

となる．式(12)に従う電子の変位はその特解で与えられ，

$$\delta = A\cos\omega t \tag{13}$$

とおける．式(13)を式(12)に代入し整理すると，

$$A = \boxed{\quad ⑫ \quad} \tag{14}$$

となる．このとき初期速度を 0 としたときの電子の速度v_2および単位体積あたりの電子数Nの速度のそろった電子群の運動によって生じる電流密度J_2は，それぞれE_0を用いて，

$$v_2 = \boxed{\quad ⑬ \quad} \tag{15}$$

$$J_2 = \boxed{\quad ⑭ \quad} \tag{16}$$

となる．このJ_2を式(1)における自由電流密度Jとみなし代入すると，

$$\left[\nabla\times\boldsymbol{H}\right]_x = \boxed{\quad ⑮ \quad} \tag{17}$$

が得られる．一方で，この媒質 2 を，誘電率 $\varepsilon_2(\omega)$ の媒質として表すことができるとすると，式(17)に対応する式は，

$$\left[\nabla \times \boldsymbol{H}\right]_x = -\varepsilon_2(\omega)\omega E_0 \sin\omega t \tag{18}$$

となる．式(17)，式(18)の比較により，誘電率 $\varepsilon_2(\omega)$ は，

$$\varepsilon_2(\omega) = \boxed{\quad ⑯ \quad} \tag{19}$$

と表される．ここで屈折率 $n_2(\omega) = \sqrt{\varepsilon_2(\omega)/\varepsilon_0}$ より，$\omega_\mathrm{p} = \sqrt{Ne^2/m\varepsilon_0}$ を用いて表すと，

$$n_2{}^2(\omega) = \boxed{\quad ⑰ \quad} \tag{20}$$

となる．式(20)を縦軸 $n_2{}^2$，横軸 ω でグラフ $\boxed{\quad ⑱ \quad}$ に表せ．ただし，グラフには $\omega = \omega_0$ 近傍での変化の様子を図示し，$n_2{}^2(\omega) = 0$ となる ω の値と，$\omega = 0$ および $\omega \to \infty$ における $n_2{}^2(\omega)$ の値を示せ．

式(20)より $\omega < \omega_0$ の領域では，$n_2(\omega)$ は ω が大きくなるにつれて，$\boxed{⑲\quad (大きく，小さく)}$ なる．このような関係を正常分散という．この屈折率 $n_2(\omega)$ は，角周波数 ω の電磁波の固体媒質中での伝搬特性を表すものである．

専門用語の英訳

電磁理論１

電界	electric field
磁界	magnetic field
電束	electric flux
磁束	magnetic flux
電流密度	electric current density
電荷密度	charge density
誘電率	permittivity, dielectric constant
透磁率	permeability
ガウスの法則	Gauss’ law
ファラデー・マクスウェルの法則	Faraday-Maxwell’s law
アンペア・マクスウェルの法則	Ampere-Maxwell’s law
法線ベクトル	normal vector
面電流密度	surface current density
面電荷密度	surface charge density
境界条件	boundary condition
円柱座標系	circular-cylindrical coordinates
定常電流	stationary current
空間微分	spatial differentiation
法線	normal
接線	tangent
磁気力線	magnetic-line of force

電磁理論２

真空	vacuum
誘電率	dielectric constant; permittivity
透磁率	permeability
自由電流密度	free current density
電界	electric field
磁界	magnetic field
比誘電率	specific/relative dielectric constant; specific/relative permittivity
比透磁率	specific/relative permeability
微分形式	differential form
変位電流密度	displacement current density
単位体積あたりの電子数	number of electrons per volume

線形，等方，均質な媒質	linear, isotropic, and homogeneous medium
質量	mass
速度	velocity
運動方程式	equation of motion
初期速度	initial velocity
プラズマ角周波数	plasma frequency
屈折率	refractive index
電磁波	electromagnetic wave
実数	real number
虚数	imaginary number
全反射	total reflection
伝搬特性	propagation characteristics
復元力	restoring force
単振動の固有角周波数	eigenfrequency of simple harmonic motion
変位量	amount of displacement
特解	special solution
正常分散	ordinary dispersion

【電気電子回路１】　解答は，灰色（８番）の解答用紙に記入すること．

下図に示す交流回路はすべて正弦波定常状態[*1]にある．つぎの問いに答えよ．ただし，t は時間を表す．

(1) 図 1 に示す回路において電圧 $v_{\mathrm{out}}(t)$ を求めよ．

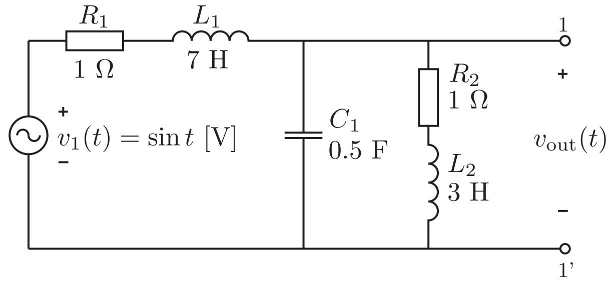

図 1

(2) 図 2 に示す回路において $v_2(t)$ の実効値[*2]は 10 V，角周波数[*3]は 2 Mrad/s である．負荷（ポート 2-2' の右側）における有効電力[*4]，無効電力[*5]および力率[*6]を求めよ．

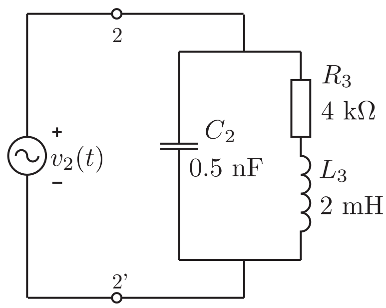

図 2

(3) 図 3 に示す回路において電圧源 $v_3(t)$ の角周波数は ω で，ひし形は相互コンダクタンス[*7]を g_m とする電圧制御型電流源[*8]である．ポート 3-3' からみたテブナンの等価回路[*9]における複素インピーダンスを g_m, ω, R_4, R_5, C_3, C_4 および $j = \sqrt{-1}$ を用いて表せ．

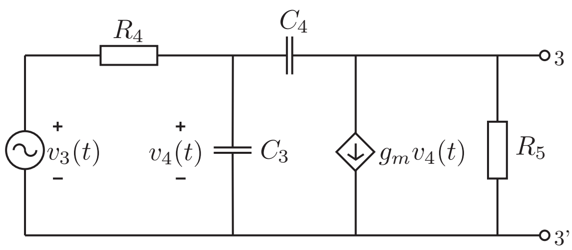

図 3

[*1] 正弦波定常状態：sinusoidal steady state
[*2] 実効値：root mean square value, effective value
[*3] 角周波数：angular frequency
[*4] 有効電力：average power, real power
[*5] 無効電力：reactive power
[*6] 力率：power factor
[*7] 相互コンダクタンス：mutual-conductance, trans-conductance
[*8] 電圧制御型電流源：voltage-controlled current source
[*9] テブナン等価回路：Thévenin equivalent circuit

【電気電子回路2】解答は，だいだい色（9番）の解答用紙に記入すること.

n チャネル MOSFET のドレイン電流I_Dは，ゲート・ソース間電圧V_{GS}，ドレイン・ソース間電圧V_{DS}に対し，

飽和領域*1： $I_D=0.5\beta(V_{GS} - V_{TH})^2$， 線形領域*2： $I_D=\beta\{(V_{GS} - V_{TH})V_{DS} - 0.5V_{DS}^2\}$

となるものとする．図 1 に示すソース接地増幅器*3 について考える．ここで，入力電圧と出力電圧を，直流電圧*4（$V_{IN,DC}$，$V_{OUT,DC}$）と小信号電圧*5（$v_{in}(t)$，$v_{out}(t)$）を用いて，それぞれ$V_{IN,DC} + v_{in}(t)$，$V_{OUT,DC} + v_{out}(t)$とする．ただし，t は時間であり，$\beta = 2.0$ [mA/V^2], $V_{TH} = 0.50$ [V], $V_{DD} = 5.0$ [V], R_D=1.0 [kΩ], C_L=1.0 [μF]である．

(1) n チャネル MOSFET が飽和領域で動作するとき，$V_{OUT,DC}$を$V_{IN,DC}$の関数として表せ．ただし，$v_{in}(t) = 0$とすること．

(2) n チャネル MOSFET が線形領域で動作するとき，$V_{OUT,DC}$を$V_{IN,DC}$の関数として表せ．ただし，$v_{in}(t) = 0$とすること．

(3) n チャネル MOSFET が飽和領域から線形領域動作に切替わるときの$V_{IN,DC}$を有効数字 2 桁で求めよ．

(4) 問い(1)~(3)を踏まえ，ソース接地増幅器の伝達特性*6（$V_{IN,DC}$ - $V_{OUT,DC}$特性）の概形を描け．ただし，図には適切な縦軸，横軸，目盛，および単位を記すこと．

次に，$V_{IN,DC} = 2.0$ [V]，$v_{in}(t) = v_i \sin(\omega t)$ [V]とし，図 1 のソース接地増幅器が周期定常状態*7 にあるときを考える．ただし，v_iは十分小さな小信号電圧振幅，ω [rad/s]は角周波数*8 であり，虚数単位*9 を j とする．また，必要に応じて，$20\log_{10}2 = 6.0$, $20\log_{10}3 = 9.5$, $20\log_{10}5 = 14$を用いてよい．

(5) 図 2 の n チャネル MOSFET の小信号等価回路図を用いて，図 1 のソース接地増幅器の小信号等価回路*10 を描け．ここで，図 2 の G, S, D はそれぞれゲート，ソース，ドレイン*11 であり，v_{gs}は小信号電圧振幅，$g_m(= \partial I_D/\partial V_{GS})$は相互コンダクタンス*12 である．

(6) 相互コンダクタンスg_mと$V_{OUT,DC}$を求めよ．

(7) 小信号電圧利得*13 A を角周波数 ω を用いて表せ．

(8) 小信号電圧利得の大きさ（$|A|$）と位相（$\angle A$）を求めよ．また，ボード線図*14 の概形を描け．ただし，図には適切な縦軸，横軸，目盛，および単位を記し，遮断（折点）角周波数*15 を明示すること．

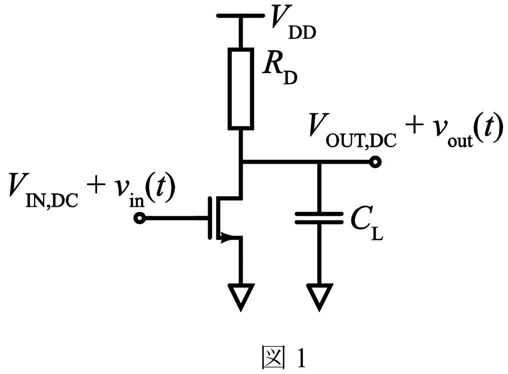

図 1

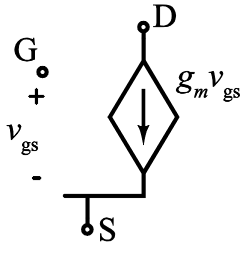

図 2

注 図中，右の記号は基準電位*16 を表す．

*1 飽和領域：saturation region
*2 線形領域：linear region
*3 ソース接地増幅器：common-source amplifier
*4 直流電圧：DC (Direct Current) voltage
*5 小信号電圧：small-signal voltage
*6 伝達特性：transfer characteristics
*7 周期定常状態：periodic steady state
*8 角周波数：angular frequency
*9 虚数単位：imaginary unit
*10 小信号等価回路：small-signal equivalent circuit
*11 ゲート，ソース，ドレイン：gate, source, drain
*12 相互コンダクタンス：trans-/mutual-conductance
*13 小信号電圧利得：small-signal voltage gain
*14 ボード線図：Bode plot
*15 遮断（折点）角周波数：cut-off (corner) angular frequency
*16 基準電位：reference potential