# 平成 28 年度大学院博士前期課程入学試験

## 大阪大学大学院工学研究科
## 電気電子情報工学専攻

# 基礎科目試験問題

（実施時間　９：３０ ～ １２：３０）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて１２頁ある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，及び，「電気電子回路２」の９題*あり，この順番に綴じられている．このうち，５題を選択し解答すること．但し，選択すべき試験問題は，受験コース毎に下表のように規定されている．

３．

<table>
<tr><th>受験コース名</th><th>選択すべき試験問題</th></tr>
<tr><td>電気工学コース</td><td rowspan="2">「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」の５題から３題，及び，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，「電気電子回路２」の４題から２題，合計５題を選択すること</td></tr>
<tr><td>電子工学コース</td></tr>
<tr><td>情報通信工学コース</td><td>９題（上記*印）から５題選択すること</td></tr>
</table>

４．解答開始前に，別紙の「基礎科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

５．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【数学1】解答は，白色（1番）の解答用紙に記入すること.

$\boldsymbol{A}$を$m \times m$, $\boldsymbol{B}$を$m \times n$, $\boldsymbol{C}$を$n \times n$の行列（matrix）,$\boldsymbol{O}$を$n \times m$の零行列とする．また, 行列$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C} \end{pmatrix}$とする．以下の(a)～(d)の設問に答えよ．

(a) 次式が成り立つことを数学的帰納法（mathematical induction）で証明せよ．

$$|\boldsymbol{P}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{C}|$$

(b) $\boldsymbol{A}$と$\mathbf{C}$が正則（regular）である時，次式が成り立つことを示せ．

$$\boldsymbol{P}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{-1} & -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}^{-1} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}^{-1} \end{pmatrix}$$

(c) $\boldsymbol{P}$の固有値（eigenvalue）は，$\boldsymbol{A}$あるいは$\boldsymbol{C}$の固有値であることを示せ．

(d) $\boldsymbol{P}$が次式で与えられるとき，$\boldsymbol{P}$の全ての固有値を求めよ．また，その中で最大の固有値$\lambda_{max}$に対する固有ベクトル（eigenvector）を求めよ．

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

**【数学２】　解答は，赤色 (２番) の解答用紙に記入すること．**

$P(x,y)$, $Q(x,y)$ を $x$, $y$ の関数とする．一階微分方程式 (first-order differential equation)

$$P(x,y)\,\mathrm{d}x + Q(x,y)\,\mathrm{d}y = 0 \tag{1}$$

が完全微分方程式 (exact differential equation) となるための必要十分条件は

$$P_y = Q_x$$

が成り立つことである．ただし，$P_y$ は $P$ の $y$ に関する偏導関数 (partial differentiation)，$Q_x$ は $Q$ の $x$ に関する偏導関数である．

完全微分方程式でない式 (1) に，ある関数 $\lambda(x,y)$ をかけた

$$\lambda(x,y)P(x,y)\,\mathrm{d}x + \lambda(x,y)Q(x,y)\,\mathrm{d}y = 0 \tag{2}$$

が完全微分方程式になるとき，関数 $\lambda(x,y)$ は積分因子 (integrating factor) とよばれる．

以下の (a)〜(d) の設問に答えよ．

(a)　式 (2) における積分因子 $\lambda(x,y)$ は次の偏微分方程式の解であることを示せ．

$$P\frac{\partial\lambda}{\partial y} - Q\frac{\partial\lambda}{\partial x} = (Q_x - P_y)\,\lambda$$

(b)　完全微分方程式でない一階微分方程式 (1) において，$\dfrac{Q_x - P_y}{Q - P} = f(x+y)$ のとき，$u = x+y$ の関数

$$\lambda(x,y) = \exp\left(-\int f(u)\,\mathrm{d}u\right)$$

が積分因子となることを示せ．

(c)　一階微分方程式 (3) の積分因子を求めよ．

$$(y^2 - x^2 + 1)\,\mathrm{d}x + (y^2 - x^2 - 1)\,\mathrm{d}y = 0 \tag{3}$$

(d)　一階微分方程式 (3) の一般解を求めよ．

【数学３】解答は，青色（３番）の解答用紙に記入すること.

複素関数(complex function) $f(z) = z^4 - z^2 + 1$ に関する以下の(a) ~ (d)の設問に答えよ.

(a) 極座標(polar coordinate)形式で $z = re^{i\theta}$ とした場合， $f(z) = \Phi + i\Psi$ となる実関数 $\Phi$，$\Psi$ を各々実数 $r$，$\theta$ の関数として表せ.

(b) $f(z) = 0$ が満たされるとき $z^6$ の値を求めよ.

(c) $f(z) = 0$ を満たす 4 根(root)のうち $\mathrm{Im}(z) > 0$ となる 2 根を求めよ.

(d) 実積分(real integration) $I = \int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{1}{f(x)}\,\mathrm{d}x$ の値を求めよ.

【数学4】解答は，黄色（4番）の解答用紙に記入すること.

$(-\infty,\ +\infty)$ において定義された関数(function) $f(x)$ が区分的になめらか(piecewise smooth)で，絶対積分可能(absolutely integrable)であるとき，$f(x)$ のフーリエ変換(Fourier transform) $F(u)$は次式で表すことができる.

$$F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-iux}\mathrm{d}x$$

以下の(a)～(d)の設問に答えよ.

(a) $(-\infty, +\infty)$ において定義される関数 $g(t) = \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{2}}\cos(tx)\,\mathrm{d}x$ は，積分記号(integral symbol)下で $t$ について 微分可能(differentiable)である．$g(t)$ の導関数(derivative) $\frac{\mathrm{d}g(t)}{\mathrm{d}t}$ を求めよ.

(b) (a)の結果を用いて，$\frac{\mathrm{d}g(t)}{\mathrm{d}t}$ と $g(t)$ との間に成立する $t$ に関する 微分方程式(differential equation)を導き，それを解くことにより，$g(t)$ を求めよ．ただし，$a = g(0)$ とする.

(c) $f(x) = e^{-bx^2}$ のフーリエ変換 $F(u)$ を求めよ．ただし，$b > 0$ である.

(d) (c)で得られた $F(u)$ を逆フーリエ変換(inverse Fourier transformation)し，(b)および(c)で使用した定数 $a$ 及び $b$ を用いて表せ.

**【数学５】解答は，水色（５番）の解答用紙に記入すること．**

$X_1, X_2, \ldots, X_N$ を互いに独立な (mutually independent) $N$ 個の確率変数 (random variables) とする．ただし $N \geq 3$ である．各確率変数 $X_i$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ は 0，1 のいずれかの値を取り，各 $i$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ に対して，

$$p_i = \Pr(X_i = 1), \qquad q_i = 1 - p_i = \Pr(X_i = 0)$$

とする．以下では

$$p_i > 0, \qquad q_i > 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, N)$$

と仮定し，これらの比を $r_i$ で表す．

$$r_i = \frac{p_i}{q_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, N)$$

さらに

$$\sum_{i=k}^{N} r_i \neq 1 \qquad (k = 2, 3, \ldots, N)$$

であると仮定する．ここで $K_N$ を次式で定義する．

$$K_N = \operatorname*{arg\,max}_{k \in \{1,2,\ldots,N\}} \Pr(S_{k,N} = 1)$$

ただし $K_N$ の定義式に現れる $S_{k,N}$ $(k = 1, 2, \ldots, N)$ は次式で与えられる．

$$S_{k,N} = \sum_{i=k}^{N} X_i$$

$K_N$ は $\Pr(S_{k,N} = 1)$ が最大となるような $k \in \{1, 2, \ldots, N\}$ である．

以下の (a)〜(d) の設問に答えよ．

(a) $\Pr(S_{k,N} = 1)$ $(k = 1, 2, \ldots, N)$ を，$q_i$ $(i = k, k+1, \ldots, N)$ と $r_i$ $(i = k, k+1, \ldots, N)$ を用いて表せ．

(b) $\Pr(S_{k+1,N} = 1) - \Pr(S_{k,N} = 1)$ $(k = 1, 2, \ldots, N-1)$ を，$p_k$，$q_i$ $(i = k+1, k+2, \ldots, N)$ ならびに $r_i$ $(i = k+1, k+2, \ldots, N)$ を用いて表せ．

(c) $K_N = 1$ となるための必要十分条件 (necessary and sufficient condition) を求めよ．

(d) $K_N = k$ $(k = 2, 3, \ldots, N)$ となるための必要十分条件を求めよ．

【電磁理論1】解答は，桃色（6番）の解答用紙に記入すること.

解答用紙に①～⑱の番号を記し，対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や語句を解答用紙に記入せよ．ただし⑱はグラフを描け.

真空中において，図 1 のような線 $L$ 上を流れる定常線電流によって生じる静磁界 $\boldsymbol{H}$ を考える．$\boldsymbol{H}$ はソレノイダルなベクトル界であるから，透磁率 $\mu_0$ とベクトル関数 $\boldsymbol{A}$ を用いて，

$$\mu_0 \boldsymbol{H} = \nabla \times \boldsymbol{A} \qquad (1)$$

のように表される．$\boldsymbol{A}$ は ① とよばれ，

$$\boldsymbol{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I}{r_{\mathrm{QP}}} d\boldsymbol{l} \qquad (2)$$

で与えられる．ここで $\int_L$ は線 $L$ に沿った積分を表し，$I$ は線電流の大きさ，$r_{\mathrm{QP}}$ は線 $L$ 上の点 Q から $\boldsymbol{A}$ を求めている点 P までの距離，$d\boldsymbol{l}$ は点 Q において線電流の接線方向を向く微小ベクトル線素である．式(2)を式(1)に代入して $\boldsymbol{A}$ の回転を求めると，点 P における磁界 $\boldsymbol{H}$ は点 Q から点 P の方向を向く単位ベクトル $\boldsymbol{i}_{\mathrm{QP}}$ を用いて

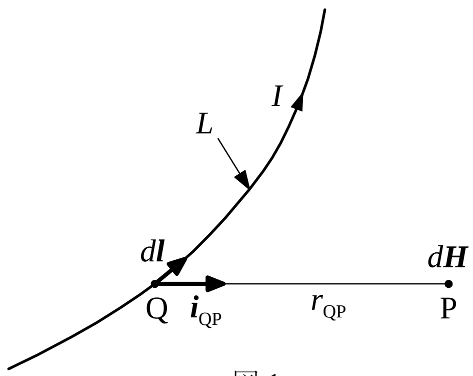


図 1

$$\boldsymbol{H} = \boxed{\quad ② \quad} \qquad (3)$$

と表される．この式は，線電流によって点 P に生じる磁界 $\boldsymbol{H}$ が，線 $L$ 上の点 Q における微小電流要素 $I d\boldsymbol{l}$ によって点 P に生じる微小磁界

$$d\boldsymbol{H} = \boxed{\quad ③ \quad} \qquad (4)$$

の積分によって与えられることを示している。式(4)は ④ の法則とよばれている.

次に，図 2 のような半径 $a$ の円周上を流れるループ電流によって生じる中心軸上の磁界 $\boldsymbol{H}$ を求めよう．円柱座標系の原点を円の中心にとり，その中心軸を $z$ 軸とする．大きさ $I$ ($I > 0$)の円形ループ電流が図の方向に流れているものとし，円柱座標系の基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_r$，$\boldsymbol{i}_\varphi$，$\boldsymbol{i}_z$ とする.

まず円周上の点 Q における微小ベクトル線素 $d\boldsymbol{l}$ を円柱座標系の基本ベクトルを用いて表すと，

$$d\boldsymbol{l} = \boxed{\quad ⑤ \quad} \qquad (5)$$

となる．また $z$ 軸上に点 P ($z = z'$)をとると，点 Q から点 P に向かうベクトル $\boldsymbol{r}_{\mathrm{QP}}$ は円柱座標系の基本ベクトルを用いて，

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{QP}} = \boxed{\quad ⑥ \quad} \qquad (6)$$

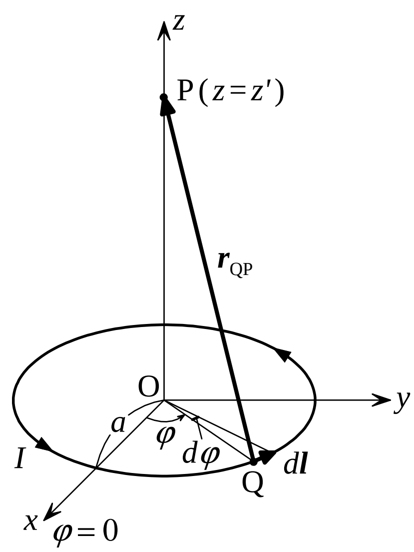


図 2

と表せる．ここで QP 間の距離 $r_{QP}$ は

$$r_{QP} = \boxed{\quad ⑦ \quad} \tag{7}$$

であるから，これらの関係式を式(3)に適用し被積分関数に含まれる外積を計算することで，

$$\boldsymbol{H} = \frac{aI}{4\pi}\int_{\boxed{⑧}}^{\boxed{⑨}} \boxed{\quad ⑩ \quad} \tag{8}$$

となる．上式の積分を行うことで，$z$ 軸上の点 P における磁界 $\boldsymbol{H}$ は

$$\boldsymbol{H} = \boxed{\quad ⑪ \quad} \tag{9}$$

と求まる．

さらに $z$ 軸から離れた場所での磁界 $\boldsymbol{H}$ を考える．図 3 のように円形ループ電流の中心に直角座標系の原点をとり，その中心軸を $z$ 軸とする．この系は軸対称であることから，$z$ 軸から $x$ 軸正の方向に $x'$ だけ離れた点 P$(x', 0, z')$における磁界 $\boldsymbol{H}$ を求めることで，任意の位置の磁界を求めることができる．直角座標系の基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_x$，$\boldsymbol{i}_y$，$\boldsymbol{i}_z$ とする．

ここで点 Q における微小ベクトル線素 $d\boldsymbol{l}$ および点 Q から点 P に向かうベクトル $\boldsymbol{r}_{QP}$ を，直角座標系の基本ベクトルおよび $x$ 軸正方向と線分 OQ がなす角 $\varphi$ を用いて表すと，

$$d\boldsymbol{l} = \boxed{\quad ⑫ \quad}\ , \tag{10}$$

$$\boldsymbol{r}_{QP} = \boxed{\quad ⑬ \quad} \tag{11}$$

となる．また QP 間の距離 $r_{QP}$ は

$$r_{QP} = \boxed{\quad ⑭ \quad} \tag{12}$$

であることから，これらの関係式を式(3)に適用し被積分関数に含まれる外積を計算すると，

$$\boldsymbol{H} = \frac{aI}{4\pi}\int_{\boxed{⑧}}^{\boxed{⑨}} \boxed{\quad ⑮ \quad} \tag{13}$$

となる．ここで上式の $\boxed{\quad ⑯ \quad}$ 方向成分の積分を計算すると零となることから，点 P における磁界 $\boldsymbol{H}$ は

$$\boldsymbol{H} = \frac{aI}{4\pi}\int_{\boxed{⑧}}^{\boxed{⑨}} \boxed{\quad ⑰ \quad} \tag{14}$$

で与えられる．

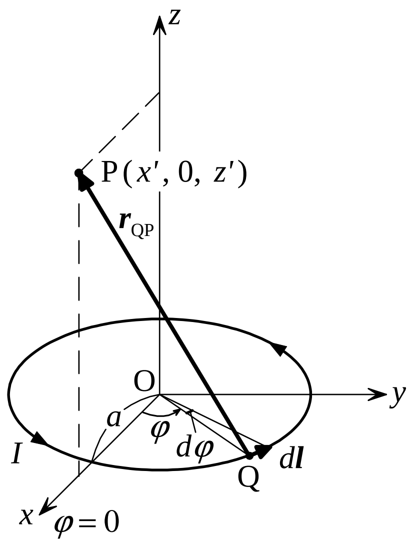


図 3

以上の結果から，$xz$ 平面上の磁気力線を図示すると $\boxed{\quad ⑱ \quad}$ のようになる．

## 【電磁理論2】　解答は，緑色（7番）の解答用紙に記入すること．

解答用紙に①～⑲の番号を記し，対応する以下の文中の空欄にあてはまる語句または数式を解答用紙に記入せよ．⑲については語群の中から適当な語句を一つ選択し，その記号を記入せよ．

［１］質量 $m$，電荷量 $q$ の荷電粒子が電界 $\boldsymbol{E}$，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の存在する空間を速度 $\boldsymbol{v}$（大きさ $v$）で運動するときに受ける力 $\boldsymbol{F}$ は，$\boxed{\quad ① \quad}$ と呼ばれる．荷電粒子の運動による電界 $\boldsymbol{E}$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}$ に対する影響は無視できるとする．時間を $t$ とし，速度の大きさ $v$ は光速に比べて十分小さいとすると，荷電粒子の運動方程式は，

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boxed{\quad ② \quad}\,\boldsymbol{B} + \boxed{\quad ③ \quad} \qquad (1)$$

となる．静電界の場合，電位 $\phi$ を用いると $\boldsymbol{E} = \boxed{\quad ④ \quad}$ のように表せる．

式(1)の両辺と $\boldsymbol{v}$ の内積をとった式を式(1)’とすると，

$$\text{式(1)’の左辺} = \boldsymbol{v}\cdot m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\boxed{\quad ⑤ \quad}\right) \qquad (2)$$

$$\text{式(1)’の右辺第１項} = \boxed{\quad ⑥ \quad} \qquad (3)$$

となり，静磁界は荷電粒子に対して $\boxed{\quad ⑦ \quad}$ をしない．荷電粒子の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とすると $\boldsymbol{v} = \boxed{\quad ⑧ \quad}$ と表せるので，

$$\text{式(1)’の右辺第２項} = \boldsymbol{v}\cdot\boxed{③} = q\boxed{\quad ⑧ \quad}\cdot\left(\boxed{\quad ④ \quad}\right) = -q\frac{d}{dt}\boxed{\quad ⑨ \quad} \qquad (4)$$

式(2)，(3)，(4)を用いると，$\boxed{\quad ⑩ \quad}$ = 一定であり，

これは荷電粒子の静電界中での $\boxed{\quad ⑪ \quad}$ 保存を示している．

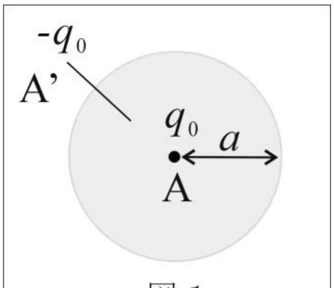


図１

［２］図１のように，真空中の原点に電荷量 $q_0(q_0>0)$ の点電荷 A があり，原点を中心として半径 $a$ の球内に総電荷量 $-q_0$ の球状一様電荷分布の電荷雲 A’が束縛されて存在している． ただし，表面電荷は存在しないとする．ここで，真空中の誘電率を $\varepsilon_0$ とする．

次に図２のように，電荷量 $q$ ( $q>0$ )の点電荷 B を無限遠方から点電荷 A に距離 $r$ 離れた位置まで近づけると，電荷雲 A’は中心位置が $d$ だけ変位した．ただし，電荷雲 A’は，形状や電荷分布は変化せず，位置のみ変位することとする．この場合，変位した電荷雲 A’によって点電荷 A に作用する電界を $\boldsymbol{E}_i$ とする．図２の点線で示された半径 $d$ の球状閉曲面 $S$ 上の電界と，$S$ によって囲まれた体積内の負電荷分布に対して電束に関するガウスの法則を適用すると $\boldsymbol{E}_i$ は，次のようになる．

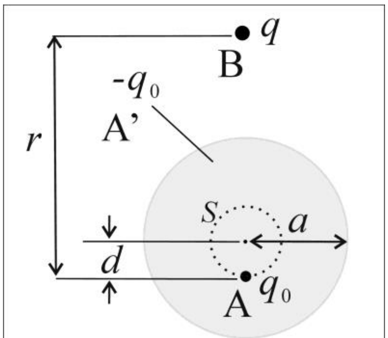


図２

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{i}_r\,\boxed{\quad ⑫ \quad} \qquad (5)$$

また，点電荷 B による点電荷 A に作用する電界 $\boldsymbol{E}_a$ は，電束に関するガウスの法則を同様に適用すると，

$$\boldsymbol{E}_a = -\boldsymbol{i}_r \boxed{\quad ⑬ \quad} \tag{6}$$

となる．ここで，$\boldsymbol{i}_r$ は原点から点電荷 B の方向を向く単位ベクトルとする．点電荷 A において式(5)と式(6)による力のつり合いを考えることにより，点電荷 A と電荷雲 A'は誘導された電気双極子能率 $\boldsymbol{p}_d = -\boldsymbol{i}_r p_d$ を持つ電気双極子となり，電気双極子能率の大きさ $p_d$ を $q, a, r$ で表すと次のようになる．

$$p_d = q_0 d = \boxed{\quad ⑭ \quad} \tag{7}$$

$r >> d$ の近似のもと，この電気双極子によって点電荷 B の位置に生じる電位 $\phi$ を $q, a, r, \varepsilon_0$ を用いて表すと次のようになる．

$$\phi = \frac{\boldsymbol{p}_d \cdot \boldsymbol{i}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \boxed{\quad ⑮ \quad} \tag{8}$$

［３］図３に示すように，設問［２］における点電荷 A と電荷雲 A'を極座標系（$r, \varphi$）の原点に置き，これらを合わせた合計の質量を $M$ とする．質量 $m$ の点電荷 B が無限遠方から初速度 $v_0$ で近づく場合を考える．なお，$M >> m$ であり，設問［２］と同様に原点にある点電荷 A の位置は変わらずに電荷雲 A'の位置が変位するものとする．$\varphi = 0$ の基準方向(図３中の点線)と点電荷 B の無限遠方での軌跡との距離を $b$ とする．

　$r$ と $\varphi$ の時間微分を $\dot{r}$，$\dot{\varphi}$ で表すとエネルギー保存と角運動量保存を表す式は，$m, r$，$\dot{r}$，$\dot{\varphi}, q, a, \varepsilon_0$ を用いてそれぞれ次のようになる．

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right) + q\left(\boxed{\quad ⑮ \quad}\right) \tag{9}$$

$$mv_0 b = \boxed{\quad ⑯ \quad}\ \dot{\varphi} \tag{10}$$

最近接の位置では，$\dot{r} = 0$ となり，$r = r_{\min}$ とすると式(9)と式(10)で $\dot{\varphi}$ を消去して，$r_{\min}^2$ に関する２次方程式は, $r_{\min}, v_0, b, q, m, a, \varepsilon_0$ を用いて次のように得られる．

$$v_0^2 r_{\min}^4 + \left(\boxed{\quad ⑰ \quad}\right) = 0 \tag{11}$$

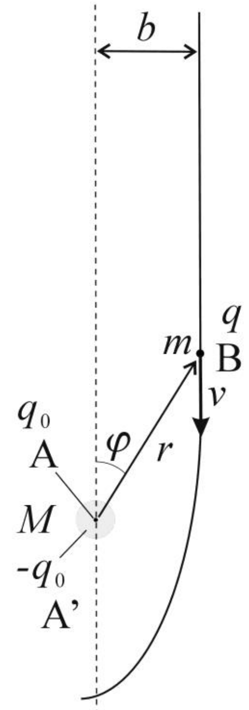


図３

したがって，点電荷 B が偏向して無限遠方に遠ざかる軌跡を取る場合と，束縛される軌跡を取る場合の臨界条件は，$r_{\min}^2$ が重解をもつことに相当するので，

$$\pi b^2 = \boxed{\quad ⑱ \quad} \tag{12}$$

となり，$\pi b^2$ の大きさ，すなわち衝突断面積は，速度 $v_0$ に対して ⑲(イ)比例すること，(ロ)反比例すること，(ハ)無関係 となる．

## 専門用語の英訳

【電磁理論１】

| | |
|---|---|
| 定常 | steady state |
| 静磁界 | magneto-static field |
| 透磁率 | permeability |
| 微小電流要素 | small amount of electric current component |
| 線電流 | line current |
| 円柱座標系 | cylindrical coordinates |
| 円形ループ電流 | circular loop current |
| 被積分関数 | function to be integrated |
| 外積 | outer product |
| 直角座標系 | cartesian coordinates |
| 微小ベクトル線素 | vector line element |
| 磁気力線 | magnetic line of force |

【電磁理論２】

| | |
|---|---|
| 質量 | mass |
| 電荷 | electric charge |
| 荷電粒子 | charged particle |
| 速度 | velocity |
| 電界 | electric field |
| 磁束密度 | magnetic flux density |
| 運動方程式 | equation of motion |
| 静電界 | electrostatic field |
| 電位 | electric potential |
| 静磁界 | magneto-static field |
| 無限遠方 | infinite distance |
| 球状閉曲面 | spherical closed surface |
| ガウスの法則 | Gauss's law |
| 電束 | electric flux |
| 電気双極子 | electric dipole |
| 電気双極子能率 | electric dipole moment |
| 極座標系 | polar coordinates |
| 角運動量保存則 | law of conservation of angular momentum |
| 衝突断面積 | collision cross section |

**【電気電子回路１】解答は，灰色（８番）の解答用紙に記入すること．**

図 1 のように，時刻 $t$ [s] とともに抵抗値 $R(t)$ [Ω] が変化する抵抗器と容量 $C = 0.1\,\mathrm{F}$ のキャパシタが $E = 1.0$ V の直流電源に直列につながれた回路を考える．SW1，SW2 はスイッチである．$R(t)$ は SW2 の状態に依存する．SW2 が開いているときは $R(t) = R_0 = 10\,\Omega$ である．また，時刻 $t_0$ [s] で SW2 が閉じられるとその後，図 2 に示すように，$R(t) = R_0 + \alpha(t - t_0)$ で変化する．ここで，$\alpha = 10\,\Omega/\mathrm{s}$ である．初期状態 $(t = 0)$ ではキャパシタは充電されていない．キャパシタに蓄えられた電荷を $Q(t)$ [C] として，この回路についての以下の問いに答えよ．なお，自然対数の底 [*1] は $e = 2.7$ とする．

(1) 時刻 $t = 0$ において, SW2 を開いた状態で，SW1 を閉じた．抵抗を流れる電流は $I(t) = dQ(t)/dt$ のように電荷 $Q(t)$ の時間微分で表されることを用いて，$Q(t)$ についての微分方程式 [*2] を記し，これを解け．

(2) 時刻 $t = 1.0$ s に SW1 を開いた．この時キャパシタにかかる電圧と蓄えられた電荷を計算せよ．答えは有効数字 [*3] 2 桁の近似値で良い．単位をつけること．

(3) 時刻 $t = t_0 (> 1.0\ \mathrm{s})$ に，SW1 を開いた状態で，SW2 を閉じた．$Q(t)$ についての微分方程式を解いて，$t > t_0$ での $Q(t)$ の時間変化を表す式を求めよ．SW2 を閉じた時刻での電荷は $Q(t_0)$ とせよ．

(4) SW2 を閉じてから回路が定常状態 [*4] になるまでに抵抗で消費されるエネルギーを計算せよ．答えは有効数字 2 桁の近似値で良い．単位をつけること．

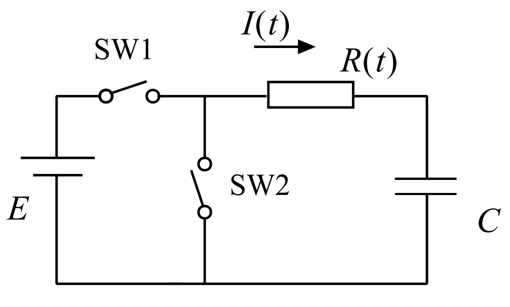



図 1

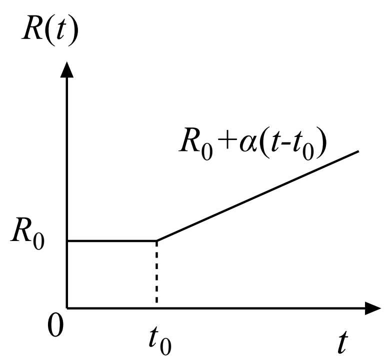
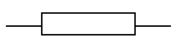



図 2

[*1] 自然対数の底: base of natural logarithm (Napier’s constant)
[*2] 微分方程式: differential equation
[*3] 有効数字: significant figure
[*4] 定常状態: steady state

右の記号は抵抗を示す 

**【電気電子回路2】解答は，橙（だいだい）色（9番）の解答用紙に記入すること．**

図 1 に示す MOSFET を使った回路について，以下の問いに答えよ．なお，図中の G, S, D は，それぞれ MOSFET のゲート，ソース，ドレイン*1 を示す．ゲート-ソース間の電圧は，直流成分*2 $V_{GS}$，及び $V_{GS}$ の値に比べて非常に小さな振幅値を持つ小信号交流成分*3 $v_{gs}(t)$ （$t$ は時刻）からなる．同様に，ドレイン-ソース間の電圧は，直流成分 $V_{DS}$，小信号交流成分 $v_{ds}(t)$ からなる．

MOSFET は飽和領域*4 で動作している．MOSFET の相互コンダクタンス*5 を $g_m$とし，出力抵抗*6 $r_0$ は無限大とする．なお，$V_{DD}$ には直流電圧が印加されているものとする．

(1) この回路の小信号等価回路*7 を図示せよ．なお，$Z_D$, $Z_F$ はインピーダンスを示す．

(2) 図 1 の回路において，小信号電圧利得*8 $A\ (= \dot{v}_{ds} / \dot{v}_{gs})$を，$g_m$, $Z_D$, $Z_F$ を用いて表せ．なお，ここでは $g_m$, $Z_D$, $Z_F$ を定数とする．また，$\dot{v}_{ds}$ 及び $\dot{v}_{gs}$ は，それぞれ $v_{ds}(t)$ 及び $v_{gs}(t)$のフェーザ*9 とする．

(3) 図 1 の回路において，$Z_D$, $Z_F$ ともに抵抗値 $R$ の抵抗器とする．回路は角周波数*10 $\omega$の正弦波定常状態*11 にある．$v_{gs}(t) = E \sin(\omega t)$ （$E$ は実数の定数）を印加したとき，出力電圧 $v_{ds}(t)$を求めよ．

(4) 図 1 の回路において，$Z_D$ を抵抗値 $R$ の抵抗器とし，$Z_F$ を容量 $C$ のキャパシタで実現する．ただし，$g_m R \gg 1$ である．$v_{gs}(t) = E \sin(t/CR)$を印加したとき，正弦波定常状態における出力電圧 $v_{ds}(t)$の振幅及び $v_{gs}(t)$に対する位相差*12 を求めよ．

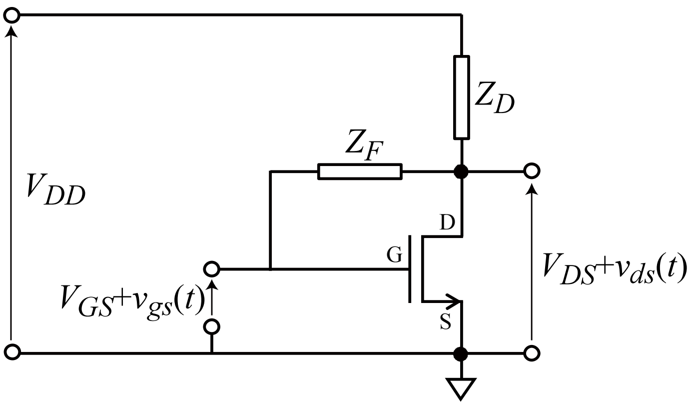
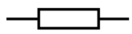



図 1

---

*1 ゲート，ソース，ドレイン　：gate, source, drain
*2 直流成分　：DC (Direct Current) component
*3 小信号交流成分　：small-signal AC (Alternating Current) component
*4 飽和領域　：saturation region
*5 相互コンダクタンス：transconductance
*6 出力抵抗　：output resistance
*7 小信号等価回路　: small-signal AC equivalent circuit
*8 小信号電圧利得　：small-signal voltage gain

*9 フェーザ　：phasor
*10 角周波数　：angular frequency
*11 正弦波定常状態　：sinusoidal steady state
*12 位相差　：phase shift

図中，右の記号はインピーダンスを表す． 

図中，右の記号は基準電位 (reference potential) を表す．