平成 27 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（量子電子デバイス工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて１８ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「量子電子物性１」，「量子電子物性２」，「量子電子物性３」，「量子電子物性４」，「制御工学１」，「制御工学２」，及び，「信号処理」，の全部で７題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答開始前に，別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

４．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【量子電子物性1】 解答は，桃色（1 番）の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み，下記の問に答えよ.

図 1-1 のような一次元調和振動子型のポテンシャル$V(x)$中を運動する質量mの粒子について考える．ここで，

$$V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

である．ωは正の実数とする．この時，ハミルトニアンHは，$\hbar = h/(2\pi)$（hはプランク定数），mを用いて，次式で与えられる.

H = ［　　①　　］

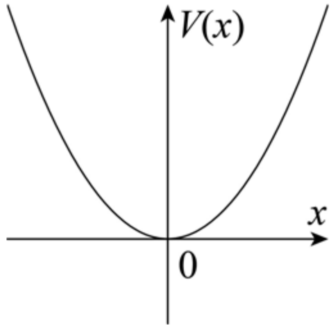

図 1-1

このポテンシャル中で，基底状態の波動関数$\psi_0(x)$は，実数A，実数$\sigma > 0$を用いて，次式のようなガウス関数で表されることが知られている.

$$\psi_0(x) = A\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

これがシュレーディンガー方程式を満たすことから，σと基底状態のエネルギーE_0が，$\hbar$とωを使って，それぞれ，以下のように求まる.

σ = ［　　②　　］

E_0 = ［　　③　　］

このように，基底状態のエネルギーは正の値を持ち，古典力学のように 0 にすることができない．このようなエネルギーを，［　　㋐　　］と呼ぶ.

基底状態の波動関数$\psi_0(x)$が，偶関数であることを使うと，位置xの期待値$<x>$と運動量$p=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}$の期待値$<p>$は，それぞれ，以下のように求まる.

$<x>$= ［　　④　　］

$<p>$= ［　　⑤　　］

これらの結果は，ポテンシャルが$x=0$に対して左右対称であることからも明らかである.

位置xの不確かさは，標準偏差$\Delta x=\sqrt{<x^2>-<x>^2}$で表される．ここで基底状態の波動関数において，$\Delta x$は$\sigma/\sqrt{2}$と等しいので，$x^2$の期待値$<x^2>$は$\hbar$と$\omega$を使って以下のように求まる.

$<x^2>$= ［　　⑥　　］

ここで，調和振動子型のポテンシャルでは，運動エネルギー$\frac{p^2}{2m}$の期待値とポテンシャルエネルギーの期待値が等しいことが知られているので，p^2の期待値$<p^2>$は，$\hbar$とωを使って以下のように求まる.

$<p^2>$= ［　　⑦　　］

これから，pの標準偏差$\Delta p=\sqrt{<p^2>-<p>^2}$は，$\hbar$と$\omega$を使って以下のように求まる.

Δp = ［　　⑧　　］

したがって，Δx と Δp の積 $\Delta x\Delta p$ は，以下のようになり，

$\Delta x\Delta p =$［　⑨　］

位置と運動量の間の［　㋑　］関係を満たすことが確認できる．

次に，第一励起状態について考える．第一励起状態の波動関数 $\psi_1(x)$ は，次式で表されることが知られている．

$$\psi_1(x) = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} Ax \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

これがシュレーディンガー方程式を満たすことから，第一励起状態のエネルギー E_1 が，$\hbar$ と ω を使って以下のように求まる．

$E_1 =$［　⑩　］

いま，粒子一つが第一励起状態から基底状態へ遷移する際に，光子が一つ放出されたとする．この時，光子の波長 λ と運動量 P は，ω と光速 c を使って以下のように求まる．

$\lambda =$［　⑪　］

$P =$［　⑫　］

問 1　文章中の空欄［　①　］〜［　⑫　］にあてはまる数式を,［　㋐　］,［　㋑　］にあてはまる語句を答えよ.

問 2　E_0 のエネルギーを持つ粒子に対して，古典力学で許される運動の領域は $E_0 \geq \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ である．$E_0 = \frac{1}{2}m\omega^2 {x_0}^2$ を満たす折り返し点 $x_0(>0)$ を $\hbar$ と ω を使って求めよ．次に，基底状態において，この $x = x_0$ で粒子を見出す確率が，$x = 0$ で粒子を見出す確率の何倍になるか求めよ．自然対数の底 e と数字で表すこと．

問 3　問 2 で述べた点 x_0 に対し，古典力学では許されない領域 $x > x_0$ においても粒子を見出す確率がある．基底状態において，$x = 2x_0$ で粒子を見出す確率が，$x = 0$ で粒子を見出す確率の何倍になるか求めよ．自然対数の底 e と数字で表すこと．

問 4　基底状態の波動関数 $\psi_0(x)$ を規格化することにより A を求めよ．ただし積分公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)dx = \sqrt{\pi}$ を使ってもよい.

問 5　［　㋑　］関係は, 位置 x と運動量 p の間の交換関係 $[x, p]$ が 0 でないことからもわかる. $[x, p]$ を導出過程も含めて求めよ.

【量子電子物性2】 解答は，緑色（2 番）の解答用紙に記入すること.

下記の問 1～3 に答えよ．数値は端数を四捨五入し有効数字二桁まで求め，単位も示して解答せよ．必要ならば素電荷 $q = 1.6\times10^{-19}$ C，ボルツマン定数 $k_\mathrm{B} = 1.4\times10^{-23}$ J/K， $\log_e 10 = 2.3$（e は自然対数の底）の値を用いよ．

問 1　下記の文章[I]および[II]は，半導体についての記述である．文章中の空欄［ ㋐ ］～［ ㋔ ］にあてはまる語句，および［ ① ］～［ ⑧ ］にあてはまる数式を答えよ．

[I] ドナー密度 N_D とアクセプタ密度 N_A を有する半導体を考え， $N_\mathrm{D} >> N_\mathrm{A}$ とする．伝導帯と価電子帯の有効状態密度をそれぞれ N_c， N_v とし，伝導帯の底，価電子帯の頂上，ドナー準位，アクセプタ準位，フェルミ準位のエネルギーをそれぞれ ε_c， ε_v， ε_D， ε_A， ε_F とする．伝導帯における電子密度 n は絶対温度 T によって，図 2-1 のような変化を示した．この時， n の温度依存性は，(i) ～ (iv) に示すような四つの領域に分けることができ，比較的低温の (i) ～ (iii) の領域では，以下の式が成り立つ．

$$\frac{n(n+N_\mathrm{A})}{N_\mathrm{D}-N_\mathrm{A}-n} = \gamma_\mathrm{D} N_\mathrm{c} \exp\left(-\frac{\varepsilon_\mathrm{c}-\varepsilon_\mathrm{D}}{k_\mathrm{B}T}\right) \tag{1}$$

ここで， γ_D はドナーの縮重因子で，1/2 とする．
(i) の領域は温度が非常に低い場合であり， $N_\mathrm{A} >> n$ であるので，

$$\log_e n = [\quad ① \quad]\ \frac{1}{T} + \log_e \frac{(N_\mathrm{D}-N_\mathrm{A})N_\mathrm{c}}{2N_\mathrm{A}} \tag{2}$$

として n と $1/T$ の関係が表される．また，温度が少し高くなると現れる (ii) の領域では $N_\mathrm{D} >> n >> N_\mathrm{A}$ となるため，n と $1/T$ の関係は，

$$\log_e n = [\quad ② \quad]\ \frac{1}{T} + \log_e \sqrt{\frac{N_\mathrm{D}N_\mathrm{c}}{2}} \tag{3}$$

で表される．(ii) の領域は $N_\mathrm{D}/N_\mathrm{A}$ が大きいほど広い温度領域で現れる．なお，(i) と (ii) の領域を合わせて，［ ㋐ ］領域と呼ぶ．

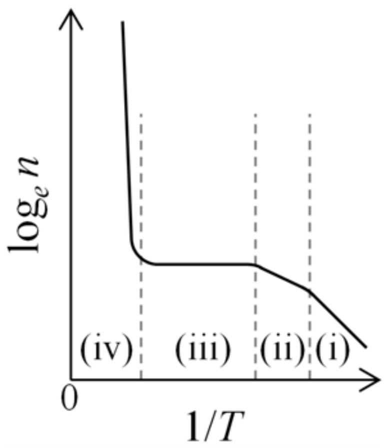

図 2-1

一方，(iii) の領域は［ ㋑ ］領域と呼ばれ，n =［ ③ ］で一定の値を示す．さらに温度が高くなると，ドナーから供給した電子以外に価電子帯から伝導帯へと電子が励起されるようになり，式(1) が成り立たなくなる（(iv) の領域）．この領域は［ ㋒ ］領域と呼ばれ，この時の n と $1/T$ の関係は，

$$\log_e n = [\quad ④ \quad]\ \frac{1}{T} + \log_e \sqrt{N_\mathrm{c}N_\mathrm{v}} \tag{4}$$

で表される．

［Ⅱ］図 2-2 に示すように，p 型半導体中の＋x 方向に一様な電流密度 J_x の電流が流れており，これに磁束密度 B_z の均一な磁界を＋z 方向に加えた場合を考える．キャリア 1 個の電荷量，移動速度の x 成分，およびキャリア密度をそれぞれ q，v_x，p とすると J_x は,

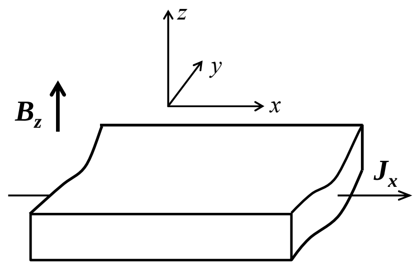

図 2-2

$$J_x = [\quad ⑤ \quad] \tag{5}$$

と表される．さらに，キャリアにはローレンツ力がかかり，キャリア 1 個当たりに＋y 方向にかかるこのローレンツ力 F_y は,

$$F_y = [\quad ⑥ \quad] \tag{6}$$

となる. この結果, 半導体試料の y 方向の両端面に異符号の電荷がたまり, ＋y 方向に電界 E_y が発生する. 定常状態ではこの電界がキャリアに及ぼす力とローレンツ力が釣り合うため，式(5) ，式(6)より,

$$E_y = [\quad ⑦ \quad]\ B_z J_x \tag{7}$$

と表すことができる．［　⑦　］はしばしば R_H と表記され，［　㊁　］係数と呼ばれている．また，R_H および電気抵抗率 ρ を用いると，この半導体中のキャリアの移動度 μ_H は,

$$\mu_\mathrm{H} = [\quad ⑧ \quad] \tag{8}$$

と表される．この μ_H を［　㊁　］移動度と呼び，単位電界が印加された時のキャリアの平均速度を与える［　㋔　］移動度 μ とは散乱因子 r_H 倍だけ異なるが，通常 r_H は 1 に近い値なので，特に区別しない場合もある．

問 2　ある元素をドープした高純度シリコンを，図 2-3 に示すように直方体状に切り出し，x 方向の両端面にオーミック電極を設置して電極間に 0.20 V の電圧を印加したところ，＋x 方向に 1.0 mA の電流が流れた．さらに＋z 方向に磁束密度 1.0 Wb/m^2 の一様な磁界を印加した際に，図中の＋，－で示す向きに電位差 2.0 mV が現れた．この時，以下の 1)，2)の問に答えよ．電圧計の入力インピーダンスは無限大とする．

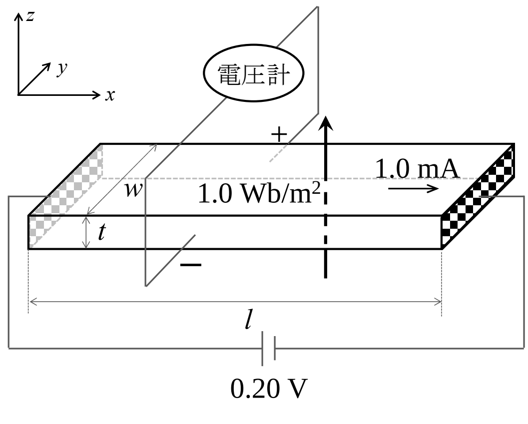

図 2-3

1)　シリコン中の多数キャリアの種類を答えよ．

2)　シリコン中の多数キャリアの密度，および移動度 μ_H の値を有効数字二桁で求めよ．ただし，シリコン直方体の x，y，z 方向の寸法は $l = 20\,\mathrm{mm}$，$w = 4.0\,\mathrm{mm}$，$t = 1.0\,\mathrm{mm}$ であるとし，電圧計の電極接触位置の x 座標は＋極，－極で同じであるとする．また，測定中の温度変化は無視できるものとする．

問 3　ヒ素を異なる濃度でドープした高純度ゲルマニウム試料 A，B において，R_{H}，および μ_{H} の絶対温度 T に対する変化を計測したところ，それぞれ図 2-4，および図 2-5 のような結果が得られた．この時，以下の 1)〜3)の問に答えよ．

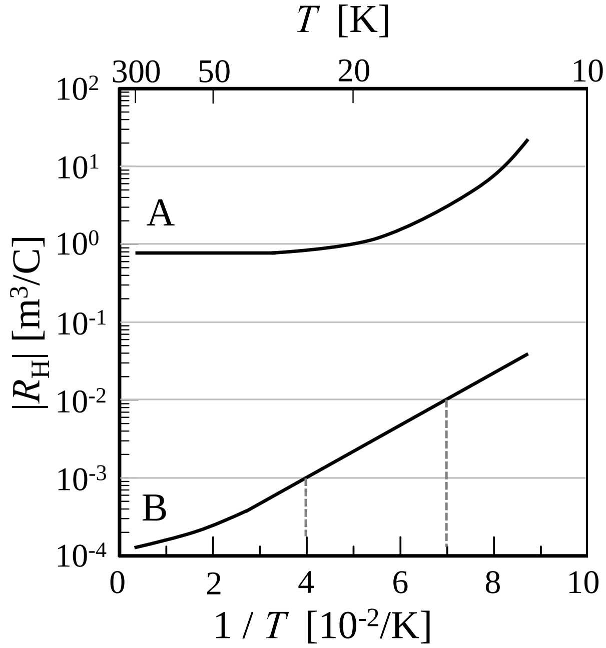

図 2-4

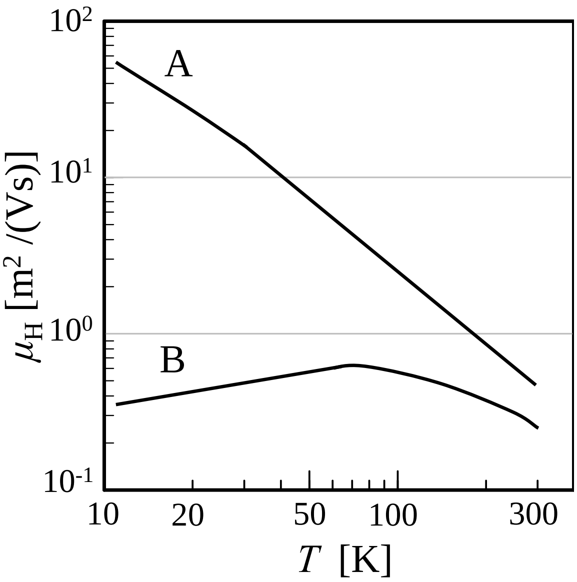

図 2-5

1) 図 2-4 において，試料 A では $30\,\mathrm{K}$ 以上で $|R_{\mathrm{H}}|$ がほぼ一定になるのに対し，試料 B では $300\,\mathrm{K}$ まで温度とともに減少した．この違いが生じた理由を，「ドープ量」をキーワードとして 50〜100 字程度で述べよ．

2) 試料 B では $30\,\mathrm{K}$ 以下の温度において，図 2-1 における (ii) の領域にあるとした場合，図 2-4 のグラフを基にドナー準位の深さ $\varepsilon_{\mathrm{c}} - \varepsilon_{\mathrm{D}}$ の値を単位 [eV] に換算して計算し，有効数字二桁で答えよ．なお，グラフから読み取った $|R_{\mathrm{H}}|$，および $1/T$ の数値も記載せよ．

3) 図 2-5 において，試料 A では $30\,\mathrm{K}$ 以上で $\mu_{\mathrm{H}} \propto T^{-3/2}$ の関係を示した．一方，試料 B では $70\,\mathrm{K}$ 程度までは温度に対し μ_{H} が単調増加したが，それ以上の温度では逆に単調減少した．この違いが生じた理由を，「ドープ量」，「キャリアの散乱」をキーワードとして 50〜100 字程度で述べよ．

【量子電子物性3】 解答は，灰色（3 番）の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み下記の問に答えよ．ただし，絶対温度をT，フェルミ準位のエネルギーをε_{F}，伝導帯下端のエネルギーをε_{c}，価電子帯上端のエネルギーをε_{v}，素電荷をq，ボルツマン定数をk_{B}，真性キャリア濃度をn_{i}で表す.

図 3-1 のエネルギーバンド図に示すように，p 型半導体と n 型半導体を接触させ，両者を電気的に接続したデバイスを考える．接合境界付近では p 型領域からは多数キャリアである［　　㋐　　］が n 型領域へ拡散し，n 型領域からは多数キャリアである［　　㋑　　］が p 型領域へ拡散することで，キャリア濃度が不足し電界が発生する．この領域は［　　㋒　　］と呼ばれる．この時現れる電位差V_{bi}は［　　㋓　　］と呼ばれる．平衡状態における p 型領域および，n 型領域の電子濃度をそれぞれn_1，n_2とすると，電子濃度比は下記の関係式

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{qV_{\mathrm{bi}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right)$$

で表すことができる.

さらに，p 型半導体および n 型半導体には，アクセプタ，およびドナーがそれぞれ一定の濃度N_{A}，およびN_{D}でドーピングされているとすると，非縮退半導体では，室温近辺での多数キャリア濃度$n_2 = N_{\mathrm{D}}$，少数キャリア濃度$n_1 = n_{\mathrm{i}}^2/N_{\mathrm{A}}$であることを用いると

V_{bi} = ［　　①　　］

の関係が得られる.

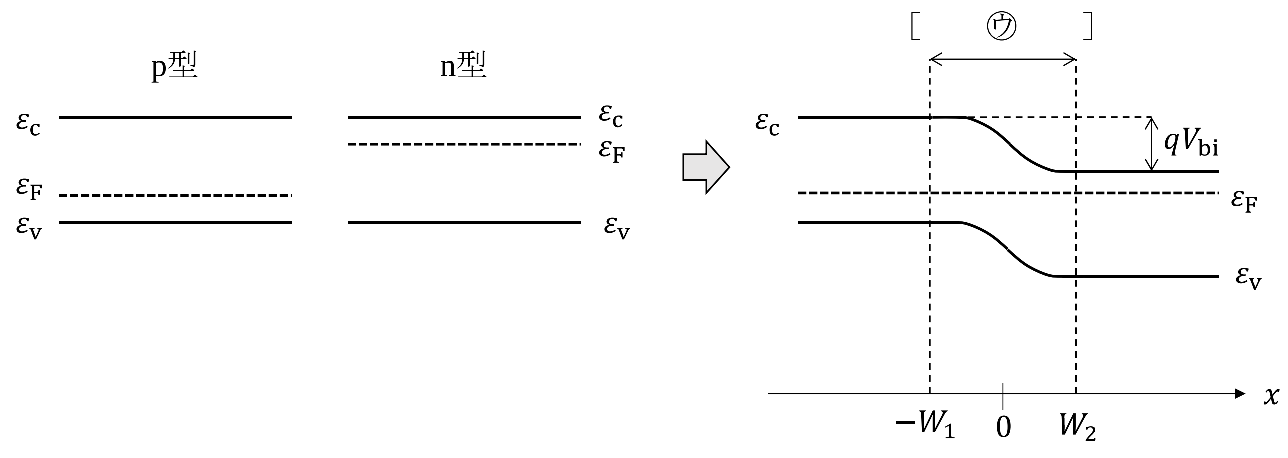

図 3-1

次に，［　　㋒　　］の内部に発生する電界$E(x)$を，図 3-1 に示す接合部を$x = 0$とした位置xの関数として求めてみる．［　　㋒　　］は$-W_1 \leq x \leq W_2$の範囲で存在するものとし，［　　㋒　　］の外部では電界はゼロであるとする．簡単のため，領域内部のキャリア密度は無視できるとすると，電位Vに関するポアソン方程式は次のようになる．

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{q(N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A})}{\kappa_\mathrm{S}}$$

ただし，κ_Sは半導体の誘電率である．$-W_1 \leq x \leq 0$の範囲ではドナーが存在しないので，$N_\mathrm{D} =$［　　②　　］であるから，上述のポアソン方程式は

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \text{［　　③　　］}$$

となる．境界条件として［　　㋒　　］の外部には電界が発生していないことを考慮して，電界$E(x)$を求めると

$$E(x) = -\frac{dV}{dx} = \text{［　　④　　］}$$

が得られる．同様にして，$0 \leq x \leq W_2$の範囲では$N_\mathrm{A} =$［　　②　　］であるから，ポアソン方程式は

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \text{［　　⑤　　］}$$

で与えられ，電界$E(x)$は

$$E(x) = -\frac{dV}{dx} = \text{［　　⑥　　］}$$

と求まる．

問 1　文章中の空欄［　㋐　］～［　㋓　］にあてはまる語句，および［　①　］～［　⑥　］にあてはまる数式を答えよ．

問 2　問 1 で得られた電界$E(x)$の大きさの最大値と最小値を求めよ．その時, q, κ_{S}, N_{A}, N_{D}，W_1, W_2の中から必要なものを用いること．正負の電荷量の釣り合いに関する関係式$N_{\mathrm{A}}W_1 = N_{\mathrm{D}}W_2$を使用してもよい．また，以下の図 3-2 にあるようなグラフを作成して$E(x)$を図示せよ．

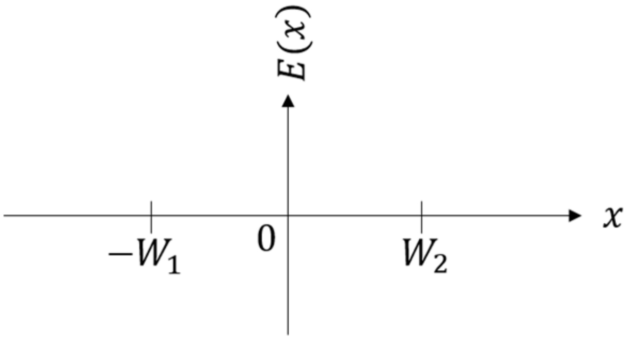

図 3-2

問 3　電位Vをxの関数 $V(x)$として求めよ．ただし，$V(0) = 0$とする．

問 4　問 3 で得られた電位$V(x)$の結果を，以下の図 3-3 にあるようなグラフを作成して図示せよ．グラフ中では，$x = -W_1$および $x = W_2$における電位$V(x)$をq，κ_{S}，N_{A}，N_{D}， W_1，W_2の中から必要なものを用いて明記すること．

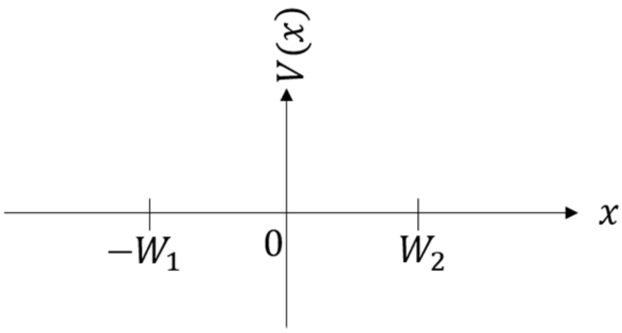

図 3-3

問 5　領域［　㋒　］の幅$W = W_1 + W_2$を求めよ．ただし，解答に使用してもよい記号はV_{bi}，q，κ_{S}，N_{A}，N_{D}に限る．

【量子電子物性 4】解答は，だいだい色（4 番）の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み，下記の問に答えよ．ただし，ε_0は真空の誘電率である．

外部電界$\mathbf{E}_0$の中に誘電体を入れると分極がおこり，誘電体には電磁気学でいうところの平均の電界$\mathbf{E}$がかかる。またこの誘電体を構成する個々の原子や分子などについて考えると，これら原子や分子などにおいても分極によって双極子が現れるため，結果として各原子や分子にかかっている電界は$\mathbf{E}_0$や$\mathbf{E}$とは一般に等しくならない．この各原子や分子に作用している電界を局所電界と呼び$\mathbf{E}_{\mathrm{loc}}$で表わす．この局所電界を見積もることは，誘電現象を理解する上で非常に重要である．

いま図 4-1 のような任意の形状をした誘電体（立方晶構造とする）が外部電界$\mathbf{E}_0$の中におかれているものとする．この誘電体内にその大きさに比べて十分小さな球形の空洞を考える．この空洞内の中心Oにある原子（もしくは分子）に注目すると，この原子（もしくは分子）に作用する局所電界$\mathbf{E}_{\mathrm{loc}}$は一般に式（1）のようにいくつかの電界のベクトル和で与えられる．

$$\mathbf{E}_{\mathrm{loc}} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 \qquad (1)$$

ただし，

$\mathbf{E}_0$：外部から印加した電界（大きさE_0）

$\mathbf{E}_1$：誘電体の外部表面に誘起された電荷によってできる電界（大きさE_1）

$\mathbf{E}_2$：空洞表面に誘起された電荷による電界（大きさE_2）

$\mathbf{E}_3$：空洞内の双極子による電界（大きさE_3）

$\mathbf{E}_4$：空洞外の双極子による電界（大きさE_4）

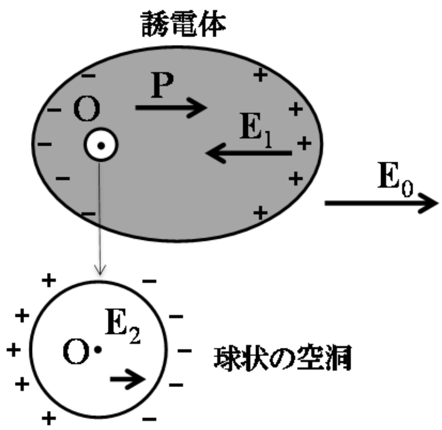

図 4-1

ここで空洞の大きさは誘電体の大きさに比べ十分小さいので$E_4 = 0$とする．また立方晶のように対称性のよい誘電体では空洞内の双極子による電界も互いに打ち消しあうので$E_3 = 0$とすると，結局$\mathbf{E}_{\mathrm{loc}}$は

$$\mathbf{E}_{\mathrm{loc}} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \qquad (2)$$

となる．

ここで$\mathbf{E}_1$は印加電界と反対の方向を向いているので［　　㋐　　］と呼ばれ，誘電体の外部表面に誘起された電荷による電界なので誘電体の形状に依存する．また$\mathbf{E}_2$は［　　㋑　　］と呼ばれる．

この局所電界によって誘電体内の個々の原子や分子には双極子が誘起されるが，この双極子モーメントを$\boldsymbol{\mu}$とすると

$$\boldsymbol{\mu} = \alpha \mathbf{E}_{\mathrm{loc}} \qquad (3)$$

で与えられる．ここで，このαのことを［　　㋒　　］と呼ぶ．

もし双極子モーメントが何種類かある場合には j 種の［　　ウ　　］を α_j とし，その密度を N_j とすると，誘電体内に誘起される分極 $\mathbf{P}$（大きさ P）は

$$\mathbf{P} = \sum_j N_j \alpha_j \mathbf{E}_{\mathrm{loc}} \tag{4}$$

となり，分極 $\mathbf{P}$ は局所電界によって誘電体内部の単位体積あたりの原子または分子に誘起される双極子モーメントの総和であると考えることができる．

問1　文章中の［　　ア　　］～［　　ウ　　］にあてはまる語句を入れよ．

問2　電界 $\mathbf{E}_0$ の中に，帯電していない平板状誘電体をその平板面が電界の方向と垂直になるようにおいたときの誘電体内部の電界 $\mathbf{E}$ を考える．誘電体内に誘起される分極を $\mathbf{P}$，誘電体外部の電気変位を $\mathbf{D}_0$ とするとき，誘電体内部の電気変位 $\mathbf{D}$ と $\mathbf{D}_0$ の関係を示すとともに，電界 $\mathbf{E}$ を $\mathbf{E}_0$，$\mathbf{P}$，ε_0 を用いて表せ．ただし、導出過程も示すこと．

問3　空洞表面に誘起された電荷による電界 E_2 を求めるため，図 4-2 に示すような半径 a の仮想球の表面に誘起された電荷による電界を考える．分極の方向を図の z 軸方向とし，この軸より傾き角 θ をなす仮想球表面上の点における電荷密度 σ_{s} を分極の大きさ P と角 θ を用いて表せ．ただし，符号も考慮すること．

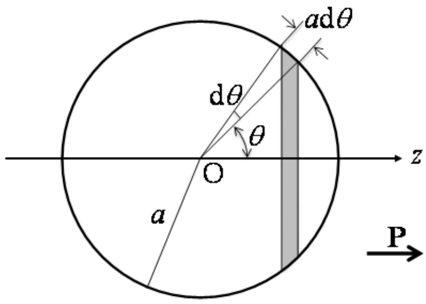

図 4-2

問4　問 3 の結果より，z 軸より傾き角 θ と $\theta+\mathrm{d}\theta$ の間のリング上に存在する電荷量 $\mathrm{d}Q$ を求めることができる．この $\mathrm{d}Q$ による仮想球中心の電界を考えることにより E_2 を P を用いて表せ．ただし，導出過程も示すこと．

問5　一般に局所電界係数を γ とするとき，局所電界 $\mathbf{E}_{\mathrm{loc}}$ は次の式によって与えられる．

$$\mathbf{E}_{\mathrm{loc}} = \mathbf{E} + \frac{\gamma}{3\varepsilon_0}\mathbf{P}$$

この時，文章中の式(4)と誘電体において成立する次の式

$$\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \kappa \varepsilon_0 \mathbf{E}$$ （ただし，κ は誘電体の比誘電率）

を使い，$\sum_j N_j \alpha_j$ と比誘電率 κ の間の関係式を求めよ．ただし，導出過程も示すこと．

また $\gamma = 1$ の時，このように κ と α との関係を示す式は何と呼ばれているか．

量子電子物性　単語の英訳

量子電子物性１

一次元調和振動子：	one dimensional harmonic oscillator
ハミルトニアン：	Hamiltonian
プランク定数：	Planck constant
基底状態：	ground state
波動関数：	wave function
ガウス関数：	Gauss function
シュレーディンガー方程式：	Schrödinger equation
古典力学：	classical mechanics
偶関数：	even function
期待値：	expectation value
運動量：	momentum
標準偏差：	standard deviation
運動エネルギー：	kinetic energy
第一励起状態：	first excited state
光子：	photon
光速：	speed of light

量子電子物性２

素電荷：	elementary charge
ボルツマン定数：	Boltzmann constant
価電子帯：	valence band
伝導帯：	conduction band
フェルミ準位：	Fermi level
縮重因子：	degeneracy factor
ローレンツ力：	Lorentz force
抵抗率：	resistivity
移動度：	mobility
異符号の電荷：	opposite charge
多数キャリア：	majority carrier
散乱因子：	scattering factor
ヒ素：	arsenic
高純度：	high purity
ドープ量：	doping amount
キャリアの散乱：	carrier scattering

量子電子物性３

絶対温度：	absolute temperature
フェルミ準位：	Fermi level
伝導帯：	conduction band
価電子帯：	valence band
素電荷：	elementary charge
ボルツマン定数：	Boltzmann constant
半導体：	semiconductor
電子濃度：	electron density
キャリア濃度：	carrier density
多数キャリア：	majority carrier
少数キャリア：	minority carrier
エネルギーバンド：	energy band
平衡状態：	equilibrium state
非縮退半導体：	nondegenerate semiconductor
境界条件：	boundary condition
電界：	electric field
電位：	electric potential
ポアソン方程式：	Poisson’s equation
誘電率：	permittivity

量子電子物性４

誘電率：	permittivity
電界：	electric field
誘電体：	dielectric
電磁気学：	electromagnetism
分極：	polarization（polarisation）
双極子：	dipole
双極子モーメント	dipole moment
局所電界：	local electric field
立方晶構造：	cubic structure
電荷密度	charge density
原子：	atom
分子：	molecule
局所電界係数：	local electric field coefficient
比誘電率：	relative permittivity

【制御工学１】解答は，白色（５番）の解答用紙に記入すること．

1. 図 1 のブロック線図において，$R(s)$ から $C(s)$ までの伝達関数を $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ を用いて表せ．

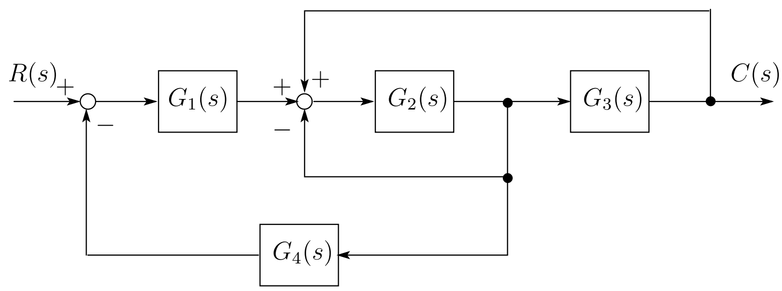

図 1

2. 次の伝達関数で表されるシステムについて，以下の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

(i) ステップ応答を時間 t の関数として求めよ．

(ii) ステップ応答波形において，初期時刻 $t = 0$ から最大オーバーシュートに達するまでの時間を求めよ．

(iii) $G(s)$ に対するベクトル軌跡の始点，虚軸との交点，および終点の座標をそれぞれ求めよ．

(iv) ゲイン $|G(j\omega)|$ の最大値であるピーク値，およびゲインがそのピーク値をとるときの角周波数 ω の値を求めよ．ただし，j は虚数単位を表す．

3. 次の伝達関数で表されるシステムにおいて，角周波数 ω を $\omega \to 0$ および $\omega \to \infty$ としたときの $\angle G(j\omega)$ の漸近値 $\lim_{\omega \to 0} \angle G(j\omega)$ と $\lim_{\omega \to \infty} \angle G(j\omega)$ を求めよ．ただし，$\angle G(j\omega)$ は $G(j\omega)$ の偏角を表す．

$$G(s) = \frac{s^2 + 3s + 1}{s^2(s+3)(s+5)}$$

4. 図 2 のフィードバックシステムにおいて，$R(s)$ から $C(s)$ までの閉ループ伝達関数が虚軸上に極をもつための，K に関する必要十分条件を示せ．また，その条件が満足されるとき，閉ループ伝達関数が虚軸上にもつ極をすべて求めよ．ただし，K は正の実数を表す．

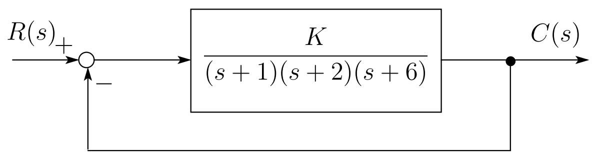

図 2

専門用語の英訳

制御工学 1

ブロック線図	block diagram
伝達関数	transfer function
ステップ応答	step response
最大オーバーシュート	maximum overshoot
ベクトル軌跡	vector locus, polar plot
始点	origin
虚軸	imaginary axis
交点	point of intersection
終点	end point
座標	coordinate
ゲイン	gain
ピーク値	peak value
角周波数	angular frequency
虚数単位	imaginary unit
漸近値	asymptotic value
偏角	argument
フィードバックシステム	feedback system
閉ループ伝達関数	closed-loop transfer function
極	pole
必要十分条件	necessary and sufficient condition

【制御工学２】解答は，赤色（６番）の解答用紙に記入すること．

状態方程式と出力方程式がそれぞれ次のように与えられている 1 入力 1 出力線形時不変システムに対して，以下の問いに答えよ．

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t), \quad y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t)$$

ただし，$\boldsymbol{x}(t)$，$u(t)$，$y(t)$ は，それぞれ，システムの状態変数ベクトル，入力変数，出力変数であり，

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

とする．

(i) このシステムが可制御，可観測であることを示せ．

(ii) このシステムの可制御正準形を得るために，次の行列 $\boldsymbol{T}$ を用いて，状態変数ベクトルを $\boldsymbol{z}(t) = \boldsymbol{T}\boldsymbol{x}(t)$ に変換した．ただし，$\boldsymbol{T}$ の逆行列 $\boldsymbol{T}^{-1}$ は以下のように求まる．

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{T}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

次に示す $\boldsymbol{z}(t)$ に関する状態方程式および出力方程式の $\tilde{\boldsymbol{A}}$，$\tilde{\boldsymbol{b}}$，$\tilde{\boldsymbol{c}}$ を求めよ．

$$\frac{d\boldsymbol{z}(t)}{dt} = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{z}(t) + \tilde{\boldsymbol{b}}u(t), \quad y(t) = \tilde{\boldsymbol{c}}\boldsymbol{z}(t)$$

(iii) 入力を $u(t) = -hy(t)$ とする出力フィードバック制御を施した場合，このシステムが安定となるための出力フィードバックゲイン h に関する必要十分条件を示せ．

(iv) 入力を $u(t) = -\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}(t)$ とする状態フィードバック制御を施した場合，このシステムの極が $-1, -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ となるように状態フィードバックゲイン $\boldsymbol{k} = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ を定めよ．ただし，j は虚数単位を表す．

(v) 問 (iv) の状態フィードバック制御を施した場合の状態方程式

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{b}\boldsymbol{k})\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(t)$$

を考える．$\boldsymbol{F}$ を対角化するために，次の行列 $\boldsymbol{U}$ を用いて，状態変数ベクトルを $\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{U}\boldsymbol{x}(t)$ に変換した．ただし，$\boldsymbol{U}$ の逆行列 $\boldsymbol{U}^{-1}$ は以下のように求まる．

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{U}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{w}(t)$ に関する状態方程式は次のようになった．

$$\frac{d\boldsymbol{w}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \boldsymbol{w}(t)$$

初期状態が $x_1(0) = 1, x_2(0) = 1, x_3(0) = 0$ であるとき，$\boldsymbol{w}(t)$ に関する状態方程式を用いて，$\boldsymbol{x}(t)$ $(t \geq 0)$ を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学２

状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
線形時不変システム	linear time-invariant system
状態変数	state variable
入力変数	input variable
出力変数	output variable
可制御	controllable
可観測	observable
可制御正準形	controllable canonical form
出力フィードバック制御	output feedback control
安定	stable
出力フィードバックゲイン	output feedback gain
状態フィードバック制御	state feedback control
極	pole
状態フィードバックゲイン	state feedback gain
対角化	diagonalization
初期状態	initial state

【信号処理】解答は，黄色の解答用紙に記入すること．

離散時間信号 $x[n]$ (n は時点を表す整数) に対し，関数 $w[n]$ を乗算し，所望の区間の信号 $d[n] = x[n] \cdot w[n]$ を取り出すとき，$w[n]$ を窓関数という．また，離散時間信号 $x[n]$ の離散時間フーリエ変換は

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}, \qquad (\Omega \text{は角周波数を表す実数}, j \text{ は虚数単位})$$

で定義され，$X(\Omega)$ を周波数スペクトルという．以下の問いに答えよ．

(i) ２つの離散時間信号 $x[n]$ と $d[n]$ を離散時間フーリエ変換して得られるそれぞれの周波数スペクトルが一致するような窓関数 $w[n]$ を与えよ．

(ii)

$$w[n] = \begin{cases} 1, & (n = 0, 1, \cdots, M-1) \\ 0, & \text{上記以外} \end{cases}$$

で定義される窓関数を長さ M(M は正の整数) の矩形窓という．矩形窓を離散時間フーリエ変換して得られる周波数スペクトルを求めよ．さらに，その振幅スペクトルの概形を描き，特徴を説明せよ．

(iii) 窓関数を利用するときに注意すべき点を，信号の周波数解析の観点から論ぜよ．

(iv) 実用上よく使われる窓関数は，矩形窓ではなく，窓の中央にピークをもち，窓の両端に向けて減衰しつつ０に近づく形状のものが多い．この理由を述べよ．

(v) 実用上よく使われる長さ M の窓関数の具体例を一つ挙げ，その振幅スペクトルの概形を，問い (ii) の振幅スペクトルと対比的に描け．

専門用語の英訳

離散時間信号: discrete-time signal
窓関数: window function
離散時間フーリエ変換: discrete-time Fourier transform
角周波数: angular frequency
周波数スペクトル: frequency spectrum
矩形窓: rectangular window
振幅スペクトル: amplitude spectrum
周波数解析: frequency analysis