平成 25 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（量子電子デバイス工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙を除いて１４ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「量子電子物性１」，「量子電子物性２」，「量子電子物性３」，「量子電子物性４」，「制御工学１」，「制御工学２」，及び，「信号処理」，の全部で７題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答用紙は，試験問題毎に指定されている．解答は必ず指定された解答用紙に記入すること．解答用紙を間違えると，採点できない場合がある．

４．全ての解答用紙の上部に志望コースおよび受験番号を記入すること．

５．解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は，その用紙の裏面を使用してよい．ただし，その場合，裏面に記入がある旨を表面に記載すること．

６．試験終了時までに，選択した３題の試験問題名を別紙「専門科目試験問題選択票」の該当箇所へ記入すること．

７．“選択しなかった”試験問題の解答用紙は，下書きや計算用紙として使用しても差し支えないが，配布された７枚の解答用紙は全て回収されるので，持ち帰ってはいけない．

８．試験が終了したら，⑴「専門科目試験問題選択票」に記入した試験問題の解答用紙３枚を番号の若い順に揃え，⑵選択しなかった試験問題の解答用紙を一つに重ね二つ折にした上，⑶「専門科目試験問題選択票」，番号順に揃えた３枚の解答用紙，及び，２つ折にした残りの解答用紙をこの順番に重ねて，監督者の指示を待つこと．

９．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【量子電子物性1】 解答は，桃色（1 番）の解答用紙に記入すること．

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．

図 1-1 のような一次元ポテンシャル$V(x)$中におかれた質量mの粒子について考える．ここで，

$$\begin{cases} V(x)=\infty & (x<-d) \\ V(x)=0 & (-d\le x\le d) \\ V(x)=\infty & (d<x) \end{cases}$$

である．

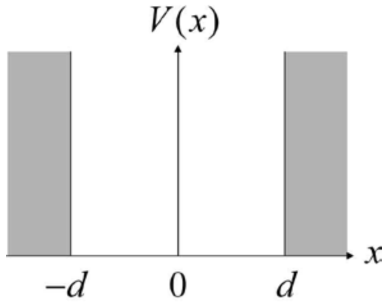


図 1-1　一次元ポテンシャル

$-d\le x\le d$ において，一次元のシュレーディンガー方程式は，$\hbar=h/2\pi$（hはプランク定数），波動関数$\varphi(x)$，粒子のエネルギーεを用いて，

［　①　］　(1)

と書ける．

この方程式の一般解は，$k=\dfrac{\sqrt{2m\varepsilon}}{\hbar}$と定数$A$，$B$を用いて，

$\varphi(x)=A$［　②　］$+B$［　③　］　(2)

と書ける．ただし，［　②　］には奇関数つまり$f(-x)=-f(x)$を満たす関数，［　③　］には偶関数つまり$f(-x)=f(x)$を満たす関数が入る．以下では，各定数を求める．

$x=d$での境界条件よりA，Bの関係式［　④　］を，$x=-d$での境界条件よりA，Bの関係式［　⑤　］を，それぞれ得るので，$A=0$もしくは$B=0$である必要がある．

したがって，次のように場合分けして考える．

(i) $A=0$のとき

$\varphi(x)=B$［　③　］となり，$B\neq 0$で境界条件を満たすためには，奇数$n_{\mathrm{o}}=1,3,5,\cdots$を使って，$k=$［　⑥　］が成り立つ必要がある．さらに，規格化条件$\int_{-d}^{d}|\varphi(x)|^2dx=1$より，$B=$［　⑦　］と求まるので，最終的に，規格化された波動関数とエネルギー固有値は，n_{o}を使ってそれぞれ，

$\varphi(x)=$［　⑧　］　(3)

$\varepsilon=$［　⑨　］　(4)

と求まる．

(ii) $B=0$のとき

$\varphi(x)=A$［　②　］となり，$A\neq 0$で境界条件を満たすためには，偶数$n_{\mathrm{e}}=2,4,6,\cdots$を使って，$k=$［　⑩　］が成り立つ必要がある．さらに，規格化条件より，$A=$［　⑪　］と求まるので，最終的に，規格化された波動関数は，n_{e}を使って，

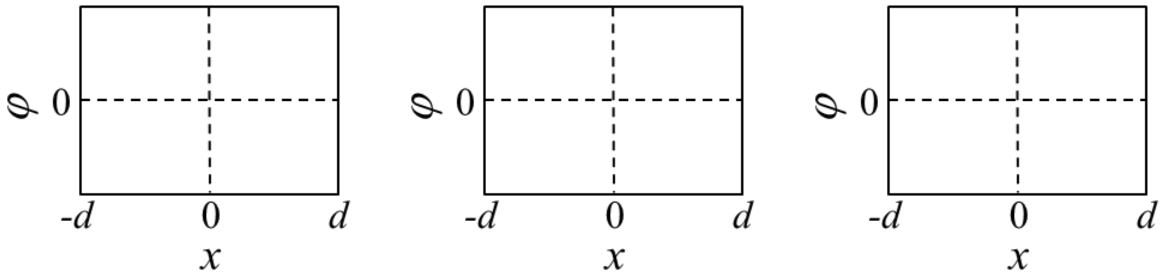
$\varphi(x)=$［　⑫　］　(5)

と求まる．

以上，与えられたポテンシャル中で，粒子の規格化された波動関数とエネルギーが求まった．なお，$n_o = 1$ が基底状態に，$n_e = 2$ が第一励起状態に，$n_o = 3$ が第二励起状態に対応する．

問1　上の文章中の空欄［　①　］～［　⑫　］にあてはまる数式を答えよ．

問2　基底状態，第一励起状態，第二励起状態の波動関数を図示せよ．



基底状態　　　　第一励起状態　　　　第二励起状態

問3　上の議論において，$d = 1$ nm のときの基底状態のエネルギーを有効数字一桁で求めよ．ただし，$h = 7\times10^{-34}$ J·s，$m = 9\times10^{-31}$ kg を用いること．

問4　基底状態と第一励起状態について，$0 \le x \le d/2$ の範囲に粒子を見出す確率を導出過程も含めてそれぞれ求めよ．

問5　基底状態について，位置 x の期待値 $< x >$ と運動量 $p = \dfrac{\hbar}{i}\dfrac{d}{dx}$ の期待値 $< p >$ を導出過程も含めてそれぞれ求めよ．

問6　基底状態について，x^2 と p^2 の期待値 $< x^2 >$，$< p^2 >$ を計算し，x の標準偏差 $\Delta x = \sqrt{< x^2 > - < x >^2}$ と p の標準偏差 $\Delta p = \sqrt{< p^2 > - < p >^2}$ を求め，不確定性関係 $\Delta x \cdot \Delta p \ge \hbar / 2$ を満たすことを示せ．

【量子電子物性2】 解答は，緑色（2 番）の解答用紙に記入すること.

自由電子モデルを使って，一辺の長さがL（体積V）の立方体中に閉じ込められたN_0個の自由電子について考える．下記の問いに答えよ．ただし，問 1〜6 は，絶対温度T=0 について考え，問 7, 8 は，有限温度についても考慮する．また，電子の質量をm，プランク定数をh ($\hbar = h/2\pi$)，ボルツマン定数をk_Bとする．

問1　N_0とフェルミ波数k_Fとの間に以下の関係式が成り立つことを示せ.

$$N_0 = \frac{k_F^3 V}{3\pi^2}$$

問2　この立方体中の自由電子密度をn_0とするとき，フェルミエネルギーε_Fとn_0の関係式を求めよ.

問3　フェルミ温度T_Fとn_0の関係式を求めよ.

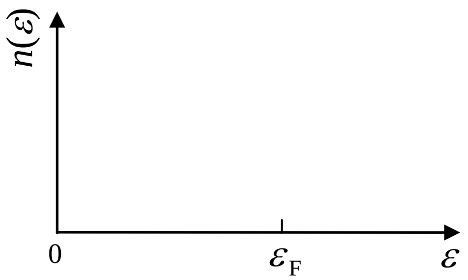
問4　銀の単位格子は面心立方格子であり，その格子定数は 0.41 nmである．またリチウムの単位格子は体心立方格子であり，その格子定数は 0.35 nmである．いずれも原子 1 個あたり 1 個の自由電子を与えるものとして，銀とリチウムのn_0の値を有効数字二桁で求めよ．ただし，単位は[m^{-3}]とする．また，両者のフェルミ速度を比較した場合，どちらのフェルミ速度が大きいか説明せよ.

問5　エネルギーε以下の状態の総数を$N(\varepsilon)$とするとき，$N(\varepsilon)$をεを使って表せ.

問6　単位エネルギーあたりの状態の数を$D(\varepsilon)$とするとき，$D(\varepsilon)$をεを使って表せ.

問7　フェルミーディラック関数を$f(\varepsilon)$とする．エネルギーεの状態のうち電子によって占有されている数を$n(\varepsilon)$とするとき，$n(\varepsilon)$を求めよ.

問8　絶対温度T=0 およびT=T_0（ただし，0 <T_0<<T_F）における$n(\varepsilon)$とεの関係をグラフに示せ．ただし，T=0 およびT=T_0での関係は，それぞれ点線および実線を使って同一グラフ上に示すこと.



【量子電子物性3】 解答は，灰色（3 番）の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．ただし，絶対温度を T，フェルミ準位のエネルギーをε_{F}，エネルギーギャップをε_{G}，素電荷を e，ボルツマン定数をk_{B}で表す.

不純物がドープされていない半導体を［　①　］半導体と呼ぶ．伝導帯の底のエネルギーをε_{C}，伝導帯の有効状態密度をN_{C}，価電子帯の頂上のエネルギーをε_{V}，価電子帯の有効状態密度をN_{V}とする．室温では，電荷のエネルギー分布は，フェルミ分布を［　②　］分布で近似してよいので，［　①　］半導体では，伝導帯中の電子密度nと価電子帯中の正孔密度pは，次式で与えられる.

$$n = N_{\mathrm{C}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\mathrm{C}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right), \quad p = N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{V}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \tag{1}$$

さらに，真性電荷密度をn_{i}として，次の関係が成り立つ.

$$np = (\ [\quad (ア) \quad]\ )^2 = N_{\mathrm{C}} N_{\mathrm{V}} [\quad (イ) \quad] \tag{2}$$

一方，電気的中性条件を考慮して，（１）式よりε_{F}は，

$$\varepsilon_{\mathrm{F}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{C}} + \varepsilon_{\mathrm{V}}}{2} + [\quad (ウ) \quad] \equiv \varepsilon_{\mathrm{i}} \tag{3}$$

と求められる．ここで，ε_{i}は真性フェルミ準位エネルギーである.

次に，不純物をドープした場合を考える．半導体として周期律表でⅣ族（第 14 族）に属するシリコンを想定する．シリコンに，Ⅲ族（第 13 族）に属するボロンをドープすると，［　③　］がトラップされ，［　④　］が生成されるので，［　⑤　］型半導体となる．このときボロンは［　⑥　］準位を形成する．一方，リンをドープするとⅤ族（第 15 族）に属するので，［　④　］がトラップされ，［　③　］が生成されるので，［　⑦　］型半導体となる．このときリンは［　⑧　］準位を形成する．ここで，簡単のために，［　⑤　］型半導体中の［　⑧　］密度，［　⑦　］型半導体中の［　⑥　］密度はゼロと仮定する．［　⑦　］型半導体にドープされた［　⑧　］密度をN_{D}，そのエネルギー準位をε_{D}，［　⑤　］型半導体の［　⑥　］密度をN_{A}，そのエネルギー準位をε_{A}で表す.

室温では，熱励起により不純物は全て励起されていると近似できるので，電子および正孔密度は温度に無関係でほぼ一定であり，この領域は［　⑨　］領域と呼ばれる．この領域では，(1)式より，

$$\varepsilon_{\mathrm{C}} - \varepsilon_{\mathrm{F}} = [\quad (エ) \quad], \quad \varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{V}} = [\quad (オ) \quad] \tag{4}$$

となり，それぞれの電子および正孔密度は，

$$n_{\mathrm{n}} = n_{\mathrm{i}} \exp[(\varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{i}})/k_{\mathrm{B}}T] = N_{\mathrm{D}}, \quad p_{\mathrm{p}} = n_{\mathrm{i}} \exp[(\varepsilon_{\mathrm{i}} - \varepsilon_{\mathrm{F}})/k_{\mathrm{B}}T] = N_{\mathrm{A}} \tag{5}$$

と記述できる．ここで，n_{n}，p_{p}はそれぞれ，n 領域における伝導帯中の電子密度，および p 領域における価電子帯中の正孔密度である.

pn 接合を形成すると，接合部での電荷の密度差により，n 領域からは［　③　］が p 領域に流れ込み，p 領域からは［　④　］が n 領域に流れ込み，接合部近傍では再結合により自由電荷がほと

んど存在しない［　⑩　］層領域が現れる．その結果，接合部では，電位障壁が形成される．この高さを［　⑪　］電位（eV_{bi}）と言う．この時、n 領域と p 領域の真性フェルミ準位エネルギーにポテンシャル差が生じる．そこで，それぞれの真性フェルミ準位エネルギーを$\varepsilon_{\mathrm{in}}$，$\varepsilon_{\mathrm{ip}}$とする．

この pn 接合の電流－電圧特性について考える．順方向バイアスを p 型半導体の電極に正電圧（$V>0$）を加えたときとする．順方向バイアス時には電位障壁が減少し，p 領域に電子が，n 領域に正孔が流れ込む．順方向電流の発生には，大きく分けて２種の電流成分が寄与する．１つは電荷が他方の領域に流れ込む［　⑫　］電流，もう１つが［　⑩　］層内で発生する再結合電流である．ここでは簡単のために，［　⑫　］電流についてのみ検討する．

まず，正孔の［　⑫　］電流について考える．無バイアス時には，p 領域の正孔密度p_{p0}と n 領域の正孔密度p_{n0}は，

$$p_{\mathrm{p0}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left[\left(\varepsilon_{\mathrm{ip}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}\right)/k_{\mathrm{B}}T\right], \quad p_{\mathrm{no}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left[\left(\varepsilon_{\mathrm{in}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}\right)/k_{\mathrm{B}}T\right] \tag{6}$$

となり，従って，

$$p_{\mathrm{n0}} = p_{\mathrm{p0}} \exp\left[-(\varepsilon_{\mathrm{ip}} - \varepsilon_{\mathrm{in}})/k_{\mathrm{B}}T\right] = p_{\mathrm{p0}} \exp\left[-eV_{\mathrm{bi}}/k_{\mathrm{B}}T\right] \tag{7}$$

と書ける．バイアス時には n 領域の［　⑩　］層端の位置を$x = W_{\mathrm{n}}$として，その位置の正孔密度は，

$$p_{\mathrm{n}}\Big|_{x=W_{\mathrm{n}}} = p_{\mathrm{p0}} \exp\left[-e(V_{\mathrm{bi}} - V)/k_{\mathrm{B}}T\right] = p_{\mathrm{n0}}[\quad (\text{カ}) \quad] \tag{8}$$

と書ける．ただし， pn 接合界面の位置を$x = 0$とする．n 領域における［　⑫　］電流密度J_{p}は，正孔分のみと考えて，

$$J_{\mathrm{p}} = -eD_{\mathrm{p}} \frac{dp_{\mathrm{n}}(x)}{dx} \tag{9}$$

となる．ただし，D_{p}は正孔の拡散係数である．一方，定常状態の拡散方程式は，正孔の再結合時間をτ_{p}として，

$$D_{\mathrm{p}} \frac{d^2 p_{\mathrm{n}}(x)}{dx^2} - \frac{p_{\mathrm{n}}(x) - p_{\mathrm{n0}}}{\tau_{\mathrm{p}}} = 0 \tag{10}$$

と書ける．n 領域における正孔の拡散長を$L_{\mathrm{p}} = \sqrt{D_{\mathrm{p}}\tau_{\mathrm{p}}}$として，［　⑫　］電流密度は，

$$J_{\mathrm{p}} = -eD_{\mathrm{p}} \frac{dp_{\mathrm{n}}(x)}{dx} = ep_{\mathrm{no}} \frac{D_{\mathrm{p}}}{L_{\mathrm{p}}} \left(\ [\quad (\text{キ}) \quad] \ \right) \tag{11}$$

となる．同様に電子の寄与を考慮して，順方向［　⑫　］電流密度はその和で，

$$J = J_{\mathrm{S}} \left(\ [\quad (\text{キ}) \quad] \ \right) \tag{12}$$

と表せる．係数J_{S}を飽和電流密度と呼ぶ．

問1　文章中の空欄[　　①　　]〜[　　⑫　　]にあてはまる語句, および空欄[　(ア)　]〜[　(キ)　]にあてはまる数式を答えよ.

問2　pn 接合において無バイアス時，順方向バイアス時，逆方向バイアス時の 3 種のエネルギーバンド図を示せ．ただし，無バイアス時には，eV_{bi}，ε_{F}，ε_{C}，ε_{V}，ε_{D}，$\varepsilon_{\mathbf{A}}$，バイアス時には$e(V_{\mathrm{bi}}-V)$，ε_{C}，ε_{V}を記入せよ．次に，このバンド図を用いて，電流−電圧特性を説明し，その概略図も示せ.

問3　V_{bi}をe，k_{B}，T，N_{A}，N_{D}，n_{i}を用いて表せ.

問4　逆方向電圧を大きくすると，ある逆バイアス電圧で急激な逆方向電流の増大が観測される．これを pn 接合の降伏効果というが，その主な機構として，２種類の現象が存在する．その２種類の降伏効果について，その名称と物理現象を説明せよ.

【量子電子物性4】 解答は，だいだい色（4番）の解答用紙に記入すること.

［Ｉ］物質の磁性に関する次の文章を読み，下記の問いに答えよ.

磁性は，物質内の原子やイオンに存在しているミクロな磁気モーメントの外部磁界に対する応答として理解される．磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}$を磁束密度$\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{H}$（$\mu_0$は真空の透磁率）の外部静磁界$\mathbf{H}$中に置いたとき，そのポテンシャルエネルギー$U$は

$$U=-\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B}=-|\boldsymbol{\mu}||\mathbf{B}|\cos\theta \tag{1}$$

で与えられる．ここで，θは$\boldsymbol{\mu}$と$\mathbf{B}$のなす角度である．磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}$が磁界の中で受ける力$\mathbf{f}$は

$$\mathbf{f}=-\nabla U \tag{2}$$

から求められるので，$\boldsymbol{\mu}$の重心のz方向の並進運動を与える力の大きさf_zは，

$$f_z=［\qquad ① \qquad］ \tag{3}$$

となる. 物質の磁化$\mathbf{M}$は単位体積あたりの磁気モーメントで, 磁化率χ_{m}は$\mathbf{M}=\chi_{\mathrm{m}}\mathbf{H}$で定義されるので, 天秤などを用いて試料全体が磁界から受ける力を測ることより，試料の磁化の大きさMや磁化率χ_{m}を求めることができる.

また，この磁界$\mathbf{H}$の下で，磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}$は式(4)で表されるトルク$\mathbf{N}$

$$\mathbf{N}=［\qquad ② \qquad］ \tag{4}$$

を受ける．磁気モーメントの主な起源は，電子のスピン角運動量と，電子が原子核の周りを回転することによる軌道角運動量なので，トルクが働くとこれらの角運動量が変化する．今，一つの電子の軌道角運動量に基づく磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{l}}$を考える．電子の軌道磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{l}}$は，電子の軌道角運動量$\mathbf{l}$，電子の静止質量$m$，素電荷$e$を用いて，

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{l}}=-\frac{e}{2m}\mathbf{l} \tag{5}$$

と表される．式(4)，(5)から，軌道角運動量$\mathbf{l}$の運動方程式として，

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt}=［\qquad ③ \qquad］ \tag{6}$$

を得る．式(6)より，$d\mathbf{l}$は$\mathbf{l}$に垂直であるから，下線A<u>ベクトル$\mathbf{l}$の終点は磁界方向を法線とする平面内で円運動する</u>こととなる．その角周波数をω_{L}とすると，ω_{L}を用いて$d\mathbf{l}/dt$は

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt}=［\qquad ④ \qquad］ \tag{7}$$

と書けるので，式(6)，(7)から

$$\omega_{\mathrm{L}}=［\qquad ⑤ \qquad］ \tag{8}$$

と求まる.

一方，電子のスピン角運動量$\mathbf{s}$による磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{s}}$は，$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{s}}=-2\mu_{\mathrm{B}}\mathbf{s}/\hbar$で与えられる．ここで，$\mu_{\mathrm{B}}=\dfrac{e\hbar}{2m}$，$\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$（$h$はプランク定数）である．一つの電子軌道で，軌道角運動量$\mathbf{l}$とスピン角運動量$\mathbf{s}$をベクトル的に加算したベクトル$\mathbf{j}=\mathbf{l}+\mathbf{s}$を全角運動量とよぶ. 磁気モーメントも同様に合成されるので，一電子原子の磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{m}}$は，$\mathbf{l}$と$\mathbf{s}$を用いて

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{m}} = [\quad ⑥ \quad] \tag{9}$$

と書き表される．

問1　上の文章中の空欄［　①　］～［　⑥　］にあてはまる数式を答えよ．

問2　磁性は磁気モーメントの配列によって区別され，常磁性，強磁性，反強磁性，フェリ磁性などがある．この中で，自発磁化をもつ磁性をすべて答えよ．

問3　一様な外部静磁界 $\mathbf{H}$ 中に磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ を持つ小球体を，$\boldsymbol{\mu}$ が $\mathbf{H}$ と平行となるように固定して置いた（図 4-1 参照）．固定を解除した後，この小球体はどの様な応答（運動）をするのかを 10 字程度で答えよ．

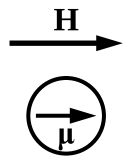


図 4-1

問4　常磁性を示す(A)アルミニウムと(B)カリウムクロムミョウバンに対する磁化率 χ_{m} の温度依存性として，適切に表しているグラフをそれぞれ図 4-2 の（あ）～（え）の中から選び，その記号で答えよ．

問5　下線 A の運動を歳差運動というが，この運動も回転運動であるので新たに磁気モーメントを生み出す．その方向は印加磁界とどの様な関係にあるか答えよ．また，この磁界応答のみを示す物質の磁化率 χ_{m} の温度依存性を適切に表しているグラフを図 4-2 の（あ）～（え）の中から選び，その記号で答えよ．

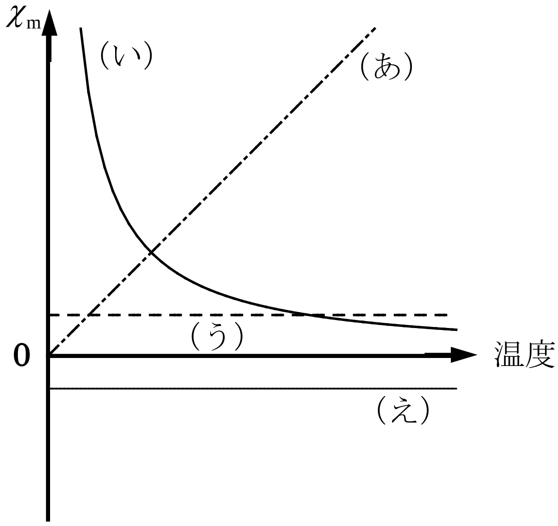


図 4-2

問6　上の文では一つの電子軌道のみで考えたが，多くの原子内には多数個の電子が存在している．3d 軌道に不完全殻を持つ原子においては，フントの規則を適用して基底状態の電子軌道を決めて磁気モーメントを知ることとなる．この規則を用いて，遷移金属イオン$Cr^{3+}(3d^3)$の基底状態の電子配置での，スピン角運動量量子数 S，軌道角運動量量子数 L および全角運動量量子数 J を求めよ．

［Ⅱ］　誘電体に関する次の文章を読み，下記の問いに答えよ．

　ある物質では，電界を印加しない状態でも，永久双極子の向きや原子変位にもとづく双極子の向きがそろい巨視的な分極が存在する場合がある．このような分極 P_{s} を［　⑦　］とよび，なかでも，外部電界の印加により，P_{s} の向きを反転させることができる物質を［　⑧　］という．［　⑧　］を発現機構に基づいて分類すると，下線B<u>イオンの変位に基づく変位型と，永久双極子の配向に基づく秩序無秩序型がある．</u>

　P_{s} の発現は温度と密接に関係し，一般には，高い温度では結晶は対称性の高い構造をとり，外部電界

がない状態では巨視的な分極は存在しない．このようにP_sをもたない性質を［　　⑨　　］性とよび，このような状態を［　　⑨　　］相という．一方，［　　⑧　　］は，温度Tを下げてゆくと，ある温度$T=T_c$で［　　⑨　　］相からP_sをもつ状態に転移する．この転移温度を［　　⑩　　］温度という．

電界$E=0$で分極$P_s\neq 0$となるということは，比誘電率が$\kappa_r\to\infty$となることを意味するが，$T>T_c$における［　　⑨　　］相においてもκ_rが著しい温度依存性を示し，次の関係式にしたがって，発散的に増大する．

$$\kappa_r=\kappa_{rh}+\frac{C}{T-T_0} \tag{10}$$

ここで，κ_{rh}は十分に高い温度における比誘電率，Cは定数であり，この関係式を［　　⑪　　］の法則とよぶ．T_0は［　　⑫　　］温度とよばれるもので，下線C二次相転移では$T_0=T_c$であるが，一次相転移を示す物質のT_0はT_cより数度低い．

問7　上の文章中の空欄［　　⑦　　］～［　　⑫　　］にあてはまる語句を答えよ．

問8　下線 B で示した変位型強誘電体と秩序無秩序型強誘電体の具体例（物質名）をそれぞれ一つずつ答えよ．

問9　下線 C で示した一次相転移と二次相転移を示す物質について，T_c近傍におけるP_sと電気感受率の逆数$1/\chi$の温度依存性の概略図をそれぞれ描け．

【制御工学１】解答は，白色（５番）の解答用紙に記入すること．

1. 次の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムに関して，以下の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{(s+2)^2}{(s+1)^2(s+3)}$$

(i) 正弦波関数 $2\sin 2t$ で表される入力に対して，定常状態での出力は $Y\sin(\omega t+\phi)$ と表される正弦波関数となった．Y と ω の値を求めよ．

(ii) $G(s)$ のボード線図におけるゲイン曲線の角周波数 ω に対する漸近値 $\lim_{\omega\to 0}|G(j\omega)|$ のデシベル値を求めよ．ただし，j は虚数単位を表す．

(iii) $G(s)$ のゲイン曲線の概形を折れ線近似により示せ．ただし，折点角周波数および傾きを明記すること．

(iv) $G(s)$ の位相曲線の漸近値 $\lim_{\omega\to 0}\angle G(j\omega)$ と $\lim_{\omega\to\infty}\angle G(j\omega)$ を求めよ．

2. 状態方程式と出力方程式がそれぞれ

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t)$$

で表現される 1 入力 1 出力システムに対して，以下の問いに答えよ．ただし，

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

とする．

(i) $U(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を求めよ．ただし，$U(s)$ は入力 $u(t)$ のラプラス変換，$Y(s)$ は出力 $y(t)$ のラプラス変換を表すとする．

(ii) 初期状態を $\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ としたときのステップ入力 $u(t) = 1\ (t \geq 0)$ に対する出力 $y(t)\ (t \geq 0)$ を求めよ．

(iii) 入力 $u(t)$ を $u(t) = -fx_1(t) - x_2(t)$ とする状態フィードバック制御を施したシステムが安定となるための，フィードバック係数 f の値に関する必要十分条件を示せ．

(iv) 入力 $u(t)$ を $u(t) = -f_1x_1(t) - f_2x_2(t)$ とする状態フィードバック制御を施したシステムの極が $-1 \pm j4$ となるようなフィードバック係数 f_1 と f_2 の値を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学１

伝達関数	transfer function
正弦波関数	sinusoidal function
定常状態	steady state
ボード線図	Bode diagram
ゲイン曲線	log-magnitude curve
デシベル値	decibel value
折れ線近似	piecewise linear approximation
折点角周波数	corner angular frequency
位相曲線	phase-angle curve
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
ラプラス変換	Laplace transform
初期状態	initial state
ステップ入力	step input
状態フィードバック制御	state feedback control
安定	stable
フィードバック係数	feedback coefficient
必要十分条件	necessary and sufficient condition
極	pole

【制御工学２】 解答は，赤色（６番）の解答用紙に記入すること．

次式の運動方程式で動特性が表されるモータを用いたサーボシステムにおいて，回転角度 $\theta(t)$ に対する目標値を $r(t)$ とする．

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= T - B\omega \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned}$$

ただし，$\omega(t)$ は回転角速度，J は慣性モーメント，B は摩擦係数，$T(t)$ はモータトルクである．

1. 目標値を入力，回転角度を出力とし，次式で示すゲイン K の比例制御によりモータトルクを与えるフィードバックサーボシステムについて以下の問いに答えよ．

$$T = K(r - \theta)$$

   (i) システムのブロック線図を示せ．

   (ii) 閉ループ伝達関数を求めよ．

   (iii) 固有角周波数（自然角周波数）を求めよ．

   (iv) 弱制動（不足制動）となるためのゲイン K に関する必要十分条件を示せ．

   (v) 弱制動であるとき，単位ステップ入力に対する応答を図示せよ．

   (vi) 弱制動であるとき，単位ステップ入力に対する出力の 0%から 100%までの立ち上がり時間 t_r を求めよ．

2. 比例ゲイン K_P，積分ゲイン K_I の比例積分制御によるフィードバックサーボシステムについて，以下の問いに答えよ．

   (i) 閉ループ伝達関数を求めよ．

   (ii) 安定となるためのゲインに関する必要十分条件を示せ．

   (iii) $J = 1$, $B = 3$, $K_P = 3$, $K_I = 1$ の場合のシステムの位相余裕を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学 2

ブロック線図:block diagram
比例制御: proportional control
閉ループ伝達関数: closed-loop transfer function
固有角周波数: undamped natural frequency
弱制動: underdamping
立ち上がり時間: rise time
比例積分制御: proportional plus integral control
位相余裕: phase margin

【信号処理】解答は，黄色の解答用紙に記入すること．

N 個の実数データからなる離散時間信号 $x[n], (n = 0, \cdots, N-1)$ に対して，N 点離散フーリエ変換 (N 点 DFT) は,

$$X_1[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{nk}, \quad (k = 0, \cdots, N-1)$$

$$W_N \triangleq \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi}{N}\right)$$

で定義される．ここで，$X_1[k]$ を DFT 係数と呼ぶ.

　一方，N 点離散コサイン変換 (N 点 DCT) は,

$$X_2[k] = C_k \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\frac{(2n+1)k\pi}{2N}, \quad (k = 0, \cdots, N-1)$$

$$C_k \triangleq \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & (k = 0) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & (k \neq 0) \end{cases}$$

で定義される．ここで，$X_2[k]$ を DCT 係数と呼ぶ.

(i) DFT，DCT 各々の類似点，相違点について詳しく述べよ.

(ii) DFT と DCT はさまざまなシステム，機器に広く応用されている．DFT と DCT 各々について，その変換が組み込まれている実用的なシステムや機器を示し，どのように利用されるかも述べよ.

(iii) N 点 DFT を $O(N \log_2 N)$ で計算するアルゴリズムについて詳しく述べよ．但し，N は 2 のべき乗とする.

(iv) DCT 係数 $X_2[k]$ は，以下のような操作を施した信号に対する DFT から求めることができる．離散時間信号 $x[n], (n = 0, \cdots, N-1)$ を時間反転し，周期 $2N$ で周期的拡張した信号を $\widetilde{x}[n]$ とする．$\widetilde{x}[n], (n = 0, \cdots, 2N-1)$ に対し，$2N$ 点 DFT を行って得られる DFT 係数を $\widetilde{X}_1[k]$ とする．このとき，$X_2[k]$ と $\widetilde{X}_1[k]$ の関係を導き，その解釈を示せ.