平成 25 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（システム・制御・電力工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙を除いて１２ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「制御工学１」，「制御工学２」，「パワーエレクトロニクスと電気機器」，「データ構造とアルゴリズム」，「論理回路と計算機システム」，及び，「信号処理」，の全部で６題あり，この順番に綴じられている．このうち，「制御工学１」または「制御工学２」のいずれか１題以上を含め，３題を選択し解答すること．

３．解答用紙は，試験問題毎に指定されている．解答は必ず指定された解答用紙に記入すること．解答用紙を間違えると，採点できない場合がある．

４．全ての解答用紙の上部に志望コースおよび受験番号を記入すること．

５．解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は，その用紙の裏面を使用してよい．ただし，その場合，裏面に記入がある旨を表面に記載すること．

６．試験終了時までに，選択した３題の試験問題名を別紙「専門科目試験問題選択票」の該当箇所へ記入すること．

７．“選択しなかった”試験問題の解答用紙は，下書きや計算用紙として使用しても差し支えないが，配布された６枚の解答用紙は全て回収されるので，持ち帰ってはいけない．

８．試験が終了したら，(1)「専門科目試験問題選択票」に記入した試験問題の解答用紙３枚を番号の若い順に揃え，(2) 選択しなかった試験問題の解答用紙を一つに重ね二つ折にした上，(3)「専門科目試験問題選択票」，番号順に揃えた３枚の解答用紙，及び，２つ折にした残りの解答用紙をこの順番に重ねて，監督者の指示を待つこと．

９．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【制御工学１】解答は，白色（１番）の解答用紙に記入すること．

1. 次の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムに関して，以下の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{(s+2)^2}{(s+1)^2(s+3)}$$

(i) 正弦波関数 $2\sin 2t$ で表される入力に対して，定常状態での出力は $Y\sin(\omega t+\phi)$ と表される正弦波関数となった．Y と ω の値を求めよ．

(ii) $G(s)$ のボード線図におけるゲイン曲線の角周波数 ω に対する漸近値 $\lim_{\omega\to 0}|G(j\omega)|$ のデシベル値を求めよ．ただし，j は虚数単位を表す．

(iii) $G(s)$ のゲイン曲線の概形を折れ線近似により示せ．ただし，折点角周波数および傾きを明記すること．

(iv) $G(s)$ の位相曲線の漸近値 $\lim_{\omega\to 0}\angle G(j\omega)$ と $\lim_{\omega\to\infty}\angle G(j\omega)$ を求めよ．

2. 状態方程式と出力方程式がそれぞれ

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t)$$

で表現される 1 入力 1 出力システムに対して，以下の問いに答えよ．ただし，

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

とする．

(i) $U(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を求めよ．ただし，$U(s)$ は入力 $u(t)$ のラプラス変換，$Y(s)$ は出力 $y(t)$ のラプラス変換を表すとする．

(ii) 初期状態を $\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ としたときのステップ入力 $u(t) = 1\ (t \geq 0)$ に対する出力 $y(t)\ (t \geq 0)$ を求めよ．

(iii) 入力 $u(t)$ を $u(t) = -fx_1(t) - x_2(t)$ とする状態フィードバック制御を施したシステムが安定となるための，フィードバック係数 f の値に関する必要十分条件を示せ．

(iv) 入力 $u(t)$ を $u(t) = -f_1x_1(t) - f_2x_2(t)$ とする状態フィードバック制御を施したシステムの極が $-1 \pm j4$ となるようなフィードバック係数 f_1 と f_2 の値を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学１

伝達関数	transfer function
正弦波関数	sinusoidal function
定常状態	steady state
ボード線図	Bode diagram
ゲイン曲線	log-magnitude curve
デシベル値	decibel value
折れ線近似	piecewise linear approximation
折点角周波数	corner angular frequency
位相曲線	phase-angle curve
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
ラプラス変換	Laplace transform
初期状態	initial state
ステップ入力	step input
状態フィードバック制御	state feedback control
安定	stable
フィードバック係数	feedback coefficient
必要十分条件	necessary and sufficient condition
極	pole

【制御工学２】 解答は，赤色（２番）の解答用紙に記入すること．

次式の運動方程式で動特性が表されるモータを用いたサーボシステムにおいて，回転角度 $\theta(t)$ に対する目標値を $r(t)$ とする．

$$
\begin{aligned}
J\dot{\omega} &= T - B\omega \\
\dot{\theta} &= \omega
\end{aligned}
$$

ただし，$\omega(t)$ は回転角速度，J は慣性モーメント，B は摩擦係数，$T(t)$ はモータトルクである．

1. 目標値を入力，回転角度を出力とし，次式で示すゲイン K の比例制御によりモータトルクを与えるフィードバックサーボシステムについて以下の問いに答えよ．

$$T = K(r - \theta)$$

(i) システムのブロック線図を示せ．

(ii) 閉ループ伝達関数を求めよ．

(iii) 固有角周波数（自然角周波数）を求めよ．

(iv) 弱制動（不足制動）となるためのゲイン K に関する必要十分条件を示せ．

(v) 弱制動であるとき，単位ステップ入力に対する応答を図示せよ．

(vi) 弱制動であるとき，単位ステップ入力に対する出力の 0%から 100%までの立ち上がり時間 t_r を求めよ．

2. 比例ゲイン K_P，積分ゲイン K_I の比例積分制御によるフィードバックサーボシステムについて，以下の問いに答えよ．

(i) 閉ループ伝達関数を求めよ．

(ii) 安定となるためのゲインに関する必要十分条件を示せ．

(iii) $J = 1$, $B = 3$, $K_P = 3$, $K_I = 1$ の場合のシステムの位相余裕を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学 2

ブロック線図:block diagram
比例制御: proportional control
閉ループ伝達関数: closed-loop transfer function
固有角周波数: undamped natural frequency
弱制動: underdamping
立ち上がり時間: rise time
比例積分制御: proportional plus integral control
位相余裕: phase margin

【パワーエレクトロニクスと電気機器】解答は，桃色（3番）の解答用紙に記入すること.

1. 図 1 に示すチョッパ回路について，次の問いに答えよ．ただし，スイッチング素子 S およびダイオード D は理想的に動作するものとし，キャパシタ C は出力電圧 E_2 のリプル（脈動）が無視できるほど十分に大きいとする．また，負荷は抵抗 R とし，S がオンしている時間 T_{on} とスイッチング周期 T の比を通流率α（$\alpha = T_{on} / T$）とする．回路動作はすべて周期定常状態にあるものとし，インダクタ L を流れる電流 i_L は常に正（$i_L > 0$）であるとする．

(i) インダクタ電圧 v_L のスイッチオン時とオフ時の時間積分の関係から，入力電圧 E_1 と出力電圧 E_2 の関係式をα を用いて表せ.

(ii) インダクタ L を流れる電流 i_L のリプル成分Δi_L（i_Lの最大値I_{Lmax}と最小値I_{Lmin}の差，$\Delta i_L = I_{Lmax} - I_{Lmin}$）を，$E_1, L, \alpha, T$ を用いて表せ.

(iii) i_L と負荷電流 i_2 の平均値をそれぞれ I_L，I_2 とする．スイッチオン時とオフ時における C の電荷量変化が等しいことを考慮して，I_L と I_2 の関係式をα を用いて表せ．また，インダクタ電流のリプル率（$= \Delta i_L / I_L \times 100$ [%]）を，L, R, α, T を用いて表せ.

(iv) 実際に図 1 の回路を動作させる場合，各素子は理想的でないため損失が生じる．このうちダイオード D に生じる損失を 2 種類挙げ，それぞれ簡単に説明せよ.

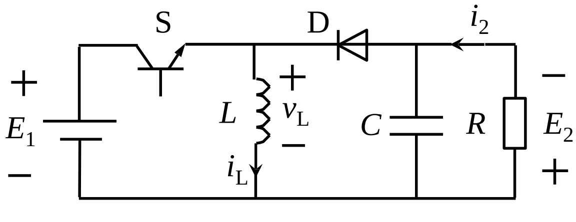


図 1

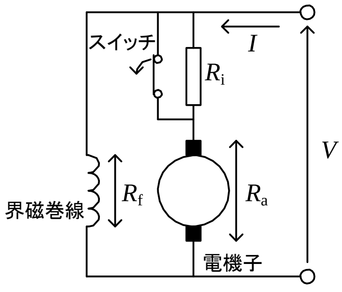
2. 図 2 に示す直流分巻電動機がある．定格は，電圧 V [V]，端子電流 I [A]，回転数 N [rpm]である．また，電機子抵抗は R_a [Ω]，界磁巻線抵抗は R_f [Ω]である．この電動機について次の問いに答えよ.

(i) 発生トルク T [N･m]を求めよ．ただし，図 2(a)中のスイッチは閉じているものとする.

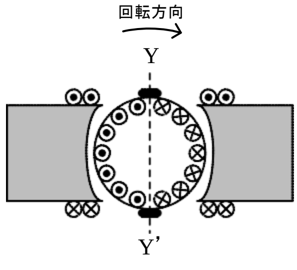
(ii) 図 2(a)中のスイッチを開いたところ，回転数が 75%に減速して同じトルクとなった．このときの電機子側回路の抵抗 R_i [Ω]を V，I，R_a，R_f を用いて表せ.

(iii) 図 2(b)は 2 極機の界磁極と回転子およびそれぞれの巻線の電流方向を示したものである．また，図中直線 YY’は幾何学的中性軸を表す．電動機の運転中は，電機子反作用によって磁束の分布が変化する．図 2(b)と同様の図を解答用紙に描き，そこに定格運転時の電気的中性軸 Y_eY_e’を描き入れよ．また，中性軸の移動によって生じる問題とその対策について述べよ.

(iv) この電動機を発電機として用いることを考える．分巻発電機は運転の当初に自己の電圧を誘起しないと励磁電流が流れないので電圧は発生しないはずなのに，実際には励磁電流が流れ，誘導起電力は増加し，ある電圧値で安定する．この現象が起こる原因について簡単に説明せよ.



(a)



(b)

図 2

専門用語の英訳

パワーエレクトロニクスと電気機器

チョッパ回路	chopper circuit
スイッチング素子	switching device
リプル	ripple
通流率	duty ratio
周期定常状態	periodic steady-state
電荷量変化	variation of electric charge
リプル率	ripple ratio
直流分巻電動機	shunt dc motor
電機子	armature
界磁巻線	field windings
界磁極	field pole
回転子	rotor
電機子反作用	armature reaction
電気的中性軸	electric neutral axis
幾何学的中性軸	geometric neutral axis
分巻発電機	shunt generator
励磁電流	magnetizing current
誘導起電力	induced voltage

【データ構造とアルゴリズム】解答は，青色 (4 番) の解答用紙に記入すること．

1. 全順序集合を格納するデータ構造として，以下のヒープと 2 分探索木がある．ヒープは「完全 2 分木の根以外の各節点について，ある節点のデータを x とするとき，その親が保持するデータは x より小さい」という条件を満たす．また 2 分探索木は「2 分木の葉以外の各節点について，ある節点のデータを x とするとき，その左の子を根とする部分木内のデータはすべて x より小さく，右の子を根とする部分木内のデータは全て x より大きい」という条件を満たす．なお，完全 2 分木は「最大レベルを除いたどのレベルも完全に節点が詰まっており，かつ最大レベルでは節点が左に詰められた 2 分木」とする．以下の問いに答えよ．

 (i) 空のヒープに対して，以下のデータをこの順番で挿入することを考える．なお，データの挿入操作は，完全 2 分木の条件を満たす位置へ節点を暫定的に追加し，ヒープの条件を満たすまで，この節点とその親の間で，節点の交換を繰り返すものとする．

 9， 22， 15， 1， 7， 8， 10

 これらのデータのうち，既に 3 番目までのデータが挿入されたヒープを図 1 に示す．残りのデータを挿入するとき，各データ挿入後のヒープをそれぞれ図示せよ．

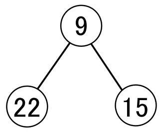


図 1

 (ii) n 個の節点からなる完全 2 分木の高さが， $\lfloor \log_2 n \rfloor$ となることを示せ．ただし，$\lfloor r \rfloor$ は実数 r 以下の最大の整数を表す．

 (iii) 空の 2 分探索木に対して，以下のデータをこの順番で挿入するとき，最終的な 2 分探索木を図示せよ．ただし，最初のデータ 33 を根とし，一度挿入したデータは動かさないこと．

 33， 44， 39， 16， 9， 7， 21， 12， 47， 30， 50， 46

 (iv) 問 (iii) で構築した 2 分探索木において，根の 33 を取り除いた後，一つの節点を根へ移すことにより 2 分探索木の条件を再び満たすことを考える．どの節点を移せばよいかすべて答えよ．また，その理由を簡潔に述べよ．

2. プログラム A は，基数ソートを用いて，固定長 M=3 の文字列を辞書式順序で整列するものである．整列対象の文字列の数は N=5, 文字列で用いられる文字の種類の数は K=3 である．このプログラムでは，m=M-1,...,0 の順に，各文字列の m 番目の文字（先頭文字を 0 番目とする）に関してバケットソートを行っており，図 2 で表されるように m 番目の文字が 'a' であれば bucket[0] に，'b' であれば bucket[1] に，'c' であれば bucket[2] に先頭アドレスを持つ連結リストにその文字列を格納している．

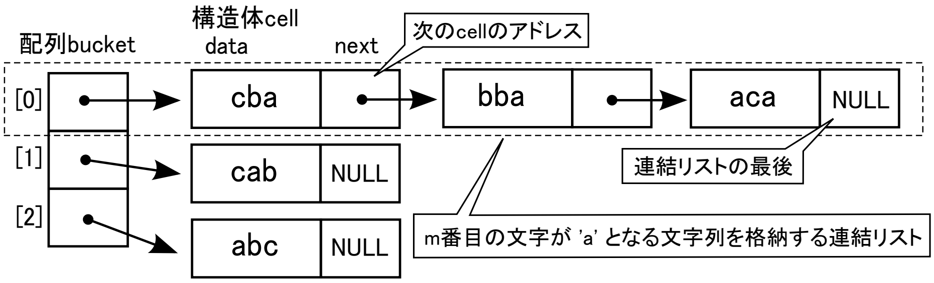


図 2

ただし，図 2 は，プログラム中の ＜α＞ において m=M-1 のときの，bucket[i], i=0,1,2 に先頭アドレスをもつ連結リストの状態を表しており，構造体 cell のメンバー data の部分には，その data のポインタ変数が指す先の文字列が記載されている．このプログラムについて以下の問いに答えよ．

(i) プログラム中の空欄【 1 】～【 5 】を埋めよ．

(ii) プログラム中の＜α＞における m=1 および m=0 のときの bucket[i], i=0,1,2 に先頭アドレスをもつ連結リストの状態を，図 2 を参考にして図示せよ．

(iii) プログラム実行時の出力結果を示せ．

(iv) プログラムの最悪時間計算量のオーダを，N, K, M を用いて示せ．

プログラム A

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define N 5  /*  整列対象の文字列の数 */
#define M 3  /*  文字列長          */
#define K 3  /*  文字の種類の数   */

struct cell{         /* リストを構成する cell の構造体 */
  char *data;            /*  文字列へのポインタ変数 */
  struct cell *next;  /*  次の cell へのポインタ変数 */
};

/* 連結リストに, str が指す先の文字列を格納する新しい cell を追加 */
struct cell *add_cell(struct cell *init, char *str){
  struct cell *r;
  r = (struct cell *)malloc(sizeof(struct cell));
  r->next = init; r->data = str;      /* リストの先頭に新しい cell を追加 */
  return r;       /* 新しい cell を追加後, 連結リストの先頭アドレスを返す */
}

/* init から始まる連結リストを削除 */
int del_list(struct cell *init){
  struct cell *p, *r;
  if(init==NULL) return 0;
  for(p=init; p!=NULL;){
    r=p->next; free(【 1 】); p=r;
      /* ポインター変数 p が指す先の cell を削除 */
  }
  return 0;
}
/* 文字列 s の m 番目の文字に対応する bucket の配列の番号を返す */
int key( char *s, int m){
  if(s[m]=='a') return 0; if(s[m]=='b')  return 1;
  if(s[m]=='c') return 2;
}

int main(){
  char *s[N] = {"cba","bba","abc","cab","aca"};   /* 整列対象の文字列 */
  struct cell *bucket[K], *p;
  int i, j, k, m;

  for(m=【 2 】; m>=0; m--){
    for(i=0; i<K; i++) bucket[i] = NULL;           /* bucket の初期化 */
    for(j=N-1; j>=0; j--){
      k=key(s[j],m);      /* s[j] の m 番目の文字に対応した bucket を選択 */
      【 3 】= add_cell( 【 3 】, 【 4 】); /* 連結リストに s[j] を格納 */
    }
    ＜α＞
    for(i=0, j=0; i<K; i++){
      if(bucket[i]!=NULL){
        for(p=bucket[i]; p!=NULL; p=p->next){
          s[j]=【 5 】; j++;         /* 連結リストのデータを配列 s に戻す */
        }
      }
    }
    for(i=0; i<K; i++)
      del_list(bucket[i]);
                        /* bucket[i] に先頭アドレスを持つ連結リストの削除*/
     printf("m=%d: %s %s %s %s %s\n",k,s[0],s[1],s[2],s[3],s[4] );
  }
  return 0;
}
```

専門用語の英訳

データ構造とアルゴリズム

全順序集合	totally ordered set
2 分木	binary tree
2 分探索木	binary search tree
ヒープ	heap
節点	node
根	root
葉	leaf
親	parent
子	child
最大レベル	maximum level
完全 2 分木	complete binary tree
部分木	subtree
高さ	height
整列	sort
基数ソート	radix sort
固定長	fixed-length
文字列	character string
辞書式順序	lexicographic order
バケットソート	bucket sort
連結リスト	linked list
アドレス	address
構造体	structure
ポインタ	pointer
オーダ	order
最悪時間計算量	worst-case time-complexity

【論理回路と計算機システム】 解答は，水色（5番）の解答用紙に記入すること.

1．計算機のキーボード上の 0 から 9 の数字が書かれたキーが押されたときに，押されたキーに対応する入力 x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)が 1 となり，i の 2 進数表現 $\boldsymbol{Y} = (y_3 y_2 y_1 y_0)_2$ を出力する符号器（エンコーダ）の回路について考える．ただし，2 進数表現において添え字が小さい方を下位桁とする．

(i) 複数のキーが同時に押されない（複数の x_i が同時に 1 となることはない）とするとき，この符号器の出力 y_0，y_1，y_2，y_3 の論理式をそれぞれ x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)を用いて示せ.

(ii) 問い(i)の論理式で示した符号器の回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは論理否定（NOT），論理和（OR）および論理積（AND）とし，各ゲートの入力数は 5 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合には，その 1 つを示せばよい.

2．入力 $x_0, x_1, \cdots, x_9$ のうち複数の x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)が同時に 1 となることを許し，その場合，同時に 1 となった x_i のうち最大となる i の 2 進数表現 $\boldsymbol{Y} = (y_{n-1} y_{n-2} \ldots y_0)_2$ を出力する優先順位付き符号器（プライオリティエンコーダ）の回路について考える．ただし，2 進数表現において添え字が小さい方を下位桁とする.

(i) $0 \leqq i \leqq 3$ とした場合における優先順位付き符号器の真理値表を示せ.

(ii) 問い(i)の真理値表で示した優先順位付き符号器の出力 y_0 および y_1 の論理式をそれぞれ x_i ($0 \leqq i \leqq 3$)を用いた最小積和形で示せ.

3．0 から 9 までの整数の 2 進数表現 $\boldsymbol{A} = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ を入力とし，入力された整数が 3 の倍数であるとき出力 b が 1 となる回路について考える．ただし，2 進数表現において添え字が小さい方を下位桁とする.

(i) この回路のカルノー図を示すと共に，出力 b の論理式を a_i ($0 \leqq i \leqq 3$)を用いた最小積和形で示せ.

(ii) 問い(i)で示した回路の回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは否定論理積（NAND）のみとし，各ゲートの入力数は 4 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合には，その 1 つを示せばよい.

4．計算機のキーボード上の 0 から 9 の数字が書かれたキーが押されたときに，押されたキーに書かれた数字が 2 と 3 の公倍数であれば，ランプが点灯する回路を考える．複数のキーが同時に押されることはなく，押されたキーに対応する入力 x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)が 1 となるものとするとき，この回路の回路図を示せ. ただし, 問い 1 および問い 3 で設計した回路は図 1 および図 2 に示した記号で表し，入力 c が 1 のときに点灯するランプは図 3 に示した記号で表すものとする．また，これら以外に利用可能な論理ゲートは論理否定（NOT），論理和（OR）および論理積（AND）とし，入力 x_i を分岐させて複数の回路の入力とするような回路構成は考えないこととする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合には，その 1 つを示せばよい.

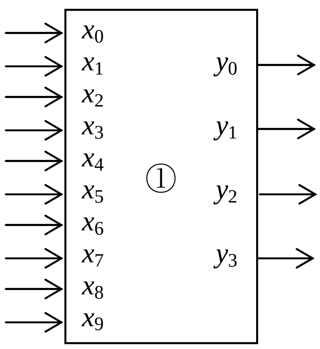


図 1

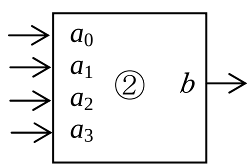


図 2

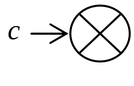


図 3

【信号処理】解答は，黄色（６番）の解答用紙に記入すること．

N 個の実数データからなる離散時間信号 $x[n], (n = 0, \cdots, N-1)$ に対して，N 点離散フーリエ変換 (N 点 DFT) は,

$$X_1[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{nk}, \quad (k = 0, \cdots, N-1)$$

$$W_N \triangleq \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi}{N}\right)$$

で定義される．ここで，$X_1[k]$ を DFT 係数と呼ぶ.

一方，N 点離散コサイン変換 (N 点 DCT) は,

$$X_2[k] = C_k \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\frac{(2n+1)k\pi}{2N}, \quad (k = 0, \cdots, N-1)$$

$$C_k \triangleq \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & (k = 0) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & (k \neq 0) \end{cases}$$

で定義される．ここで，$X_2[k]$ を DCT 係数と呼ぶ.

(i) DFT，DCT 各々の類似点，相違点について詳しく述べよ.

(ii) DFT と DCT はさまざまなシステム，機器に広く応用されている．DFT と DCT 各々について，その変換が組み込まれている実用的なシステムや機器を示し，どのように利用されるかも述べよ.

(iii) N 点 DFT を $O(N \log_2 N)$ で計算するアルゴリズムについて詳しく述べよ．但し，N は 2 のべき乗とする.

(iv) DCT 係数 $X_2[k]$ は，以下のような操作を施した信号に対する DFT から求めることができる．離散時間信号 $x[n], (n = 0, \cdots, N-1)$ を時間反転し，周期 $2N$ で周期的拡張した信号を $\widetilde{x}[n]$ とする．$\widetilde{x}[n], (n = 0, \cdots, 2N-1)$ に対し，$2N$ 点 DFT を行って得られる DFT 係数を $\widetilde{X}_1[k]$ とする．このとき，$X_2[k]$ と $\widetilde{X}_1[k]$ の関係を導き，その解釈を示せ.