平成 25 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（情報通信工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙を除いて１３ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「通信方式」，「通信ネットワーク」，「光・電波工学」，「情報理論」，「信号処理」，「論理回路と計算機システム」，「データ構造とアルゴリズム」，及び，「制御工学」，の全部で８題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答用紙は，試験問題毎に指定されている．解答は必ず指定された解答用紙に記入すること．解答用紙を間違えると，採点できない場合がある．

４．全ての解答用紙の上部に志望コースおよび受験番号を記入すること．

５．解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は，その用紙の裏面を使用してよい．ただし，その場合，裏面に記入がある旨を表面に記載すること．

６．試験終了時までに，選択した３題の試験問題名を別紙「専門科目試験問題選択票」の該当箇所へ記入すること．

７．“選択しなかった”試験問題の解答用紙は，下書きや計算用紙として使用しても差し支えないが，配布された８枚の解答用紙は全て回収されるので，持ち帰ってはいけない．

８．試験が終了したら，⑴「専門科目試験問題選択票」に記入した試験問題の解答用紙３枚を番号の若い順に揃え，⑵選択しなかった試験問題の解答用紙を一つに重ね二つ折にした上，⑶「専門科目試験問題選択票」，番号順に揃えた３枚の解答用紙，及び，２つ折にした残りの解答用紙をこの順番に重ねて，監督者の指示を待つこと．

９．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【通信方式】解答は，赤色の解答用紙に記入すること.

１．　周波数 f_c の正弦波を搬送波として FM（Frequency Modulation）変調することを考える．ここで，FM 変調とは，変調信号 $m(t)$ （t は時刻）に応じて搬送波の周波数に変化を与える変調方式である．このとき，以下の問いに答えよ．

(i)　振幅 A，時刻 $t = 0$ における位相が θ の正弦波 $A\cos(2\pi f_c t + \theta)$ を考えるとき，時刻 t における位相は $\psi_1(t) = 2\pi f_c t + \theta$ で与えられる．このとき，時刻 t における位相の変化速度（時間に対する位相の変化率）と周波数 f_c の関係を説明せよ．

(ii)　周波数が変化するということは位相が変化するということである．そこで，周波数の時間的変動に伴う位相の時間的変動を $\phi(t)$ とし，その波形を $A\cos(2\pi f_c t + \phi(t)) = A\cos\psi_2(t)$ と表すこととする．この場合の位相と周波数の時間的変化の関係について説明した上で，各時刻における瞬時の周波数を表す瞬時周波数を説明せよ．

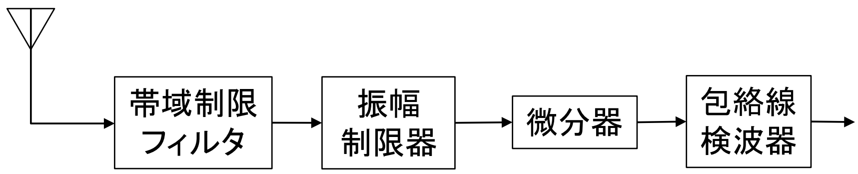
(iii)　FM 変調において変調信号に応じて搬送波の周波数を変化させるということは，変調信号 $m(t)$ と瞬時周波数の間にどのような対応関係を持たせることであるかを説明せよ．

２．　変調されていない正弦波 $A\cos 2\pi f_c t$ を FM 復調することを考える．ここで，受信の際には，$A\cos 2\pi f_c t$ に対して白色ガウス雑音 $n(t) = x(t)\cos 2\pi f_c t - y(t)\sin 2\pi f_c t$ が加わるものとし，受信機は下図の構成であるとき，以下の問いに答えよ．ただし，$x(t)$，$y(t)$は，ともに平均 0，分散が σ^2 で互いに独立なガウス過程に従う実数ランダム変数である．また帯域制限フィルタは，周波数 f_c を中心とする $\pm B/2$ の周波数領域が通過帯域であり，通過帯域内では，すべての周波数において利得は 1，位相は 0 rad であるとする．

(i)　雑音 $n(t)$の分散を求めよ．

(ii)　帯域制限フィルタ出力が $A\cos 2\pi f_c t + n(t)$で与えられるとき，振幅制限器出力を導出せよ．ただし振幅制限器では，入力信号の振幅がすべて A_1 に調整されるものとする．また A は $x(t), y(t)$の振幅と比較して十分大きいものとし，結果の導出においては，実数 α, β，ε に対して $|\alpha| >> |\beta|$であれば $\varepsilon / (\alpha + \beta) \approx \varepsilon / \alpha$，$\theta$ が十分小さければ $\tan\theta \approx \theta$ という近似を用いよ．

(iii)　微分器出力の電力スペクトル密度を導出し，またその概形を図示せよ．



FM 受信機の構成

【通信ネットワーク】解答は，緑色の解答用紙に記入すること．

送信ホスト A と受信ホスト B の間の通信コネクションで動作する TCP の輻輳制御を以下のように単純化された通信モデルにより表す．

- スロットを T [秒] 毎で区切られた時間間隔と定義する．
- k 番目 $(k = 1, 2, \ldots)$ のスロット内で，送信ホスト A から受信ホスト B へ向けて送出されるパケット数を $N(k)$ とし，$N(1) = W/2$ とする．ただし，W は偶数であり，$W \geq 2$ とする．
- $N(k) < W$ の場合，$N(k+1) = N(k) + 1$ とする．
- $N(k) = W$ の場合，送出された W 個のパケットの内，一つのパケットが輻輳により消失し，$N(k+1) = W/2$ とする．

下図は，この通信モデルにおけるパケット数 $N(k)$ を示している．以下の問いに答えよ．

(i) 下図に示すように，M 番目のスロットで $N(k)$ が初めて W に到達したとする．M を W を用いて表せ．

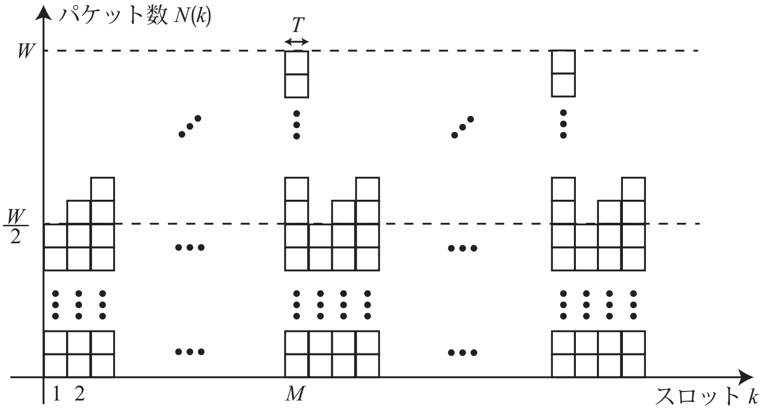
(ii) スロット $k = 1$ から $k = M$ の期間に送信ホスト A から送出されたパケット数 L を W を用いて表せ．

(iii) 送信ホスト A から受信ホスト B までのスループット S [パケット/秒] を L, M, T を用いて表せ．ただし，スループットは受信ホスト B で単位時間あたりに受信される平均パケット数で定義される．

(iv) パケットは L パケット毎に一つ消失するため，パケットロス率 p は $p = 1/L$ として与えられる．スループット S を p と T を用いて表せ．

(v) 問い (iv) で得られたスループット S を関数 $F(p, T)$ と表すことにする．次式が p と T に依存しない定数となることを示せ．

$$\lim_{p \to 0} \frac{F(p, T)}{1/(T\sqrt{p})}$$



【光・電波工学】 解答は，灰色の解答用紙に記入すること．

真空中を周波数 1[MHz]で進行する平面波を考える．この平面波の進行方向は右手系の直角座標における z 軸の正方向であり，この平面波の電界ベクトルは x 軸方向成分のみを有する．このとき，以下の問いに答えよ．

(i) 波長 λ および波数 k を求めよ．

(ii) 時刻 $t=0$ [s]，座標 $z=50$ [m]において電界ベクトルの x 軸方向成分が極大値をとるとき，電界ベクトル $\boldsymbol{E}(z,t)$ を求めよ．なお，振幅は 1[V/m]とする．

(iii) この電磁波の磁界ベクトル $\boldsymbol{H}(z,t)$ を求めよ．なお，真空の特性インピーダンスを 120π [Ω]とする．

(iv) 時間平均電力密度 $|\boldsymbol{S}_{av}|$ を求めよ．

(v) $t=0$ [s]における $\boldsymbol{E}(z,t)$， $\boldsymbol{H}(z,t)$ を，ひとつの直角座標内に図示せよ．

【情報理論】解答は，だいだい色の解答用紙に記入すること．

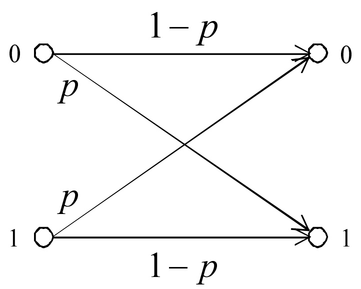
1 ビットの情報ビット x (ただし，$x \in \{0, 1\}$ であり，$x = 0$ と $x = 1$ は等確率で生起する) を $n\,(\geq 1)$ ビット繰り返して得られる符号長 n の繰り返し符号を考える．この繰り返し符号の符号語 $\boldsymbol{w_0} = (0, 0, \cdots\cdots, 0)$ および $\boldsymbol{w_1} = (1, 1, \cdots\cdots, 1)$ の各ビットは，図に示すビット誤り率 p (ただし，$0 \leq p \leq 0.5$) の二元対称通信路を通じて伝送される．符号語 $\boldsymbol{w_0}$ もしくは $\boldsymbol{w_1}$ が伝送されると，受信側では，n ビットからなる受信語 $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, \cdots\cdots, u_n)$ (ただし，$u_i \in \{0, 1\}$，$i = 1, 2, \cdots, n$) を受信した後，受信語 $\boldsymbol{u}$ を基に，ある復号則にしたがって，

- 符号語 $\boldsymbol{w_0}$ が送信された (送信符号語が $\boldsymbol{w_0}$ である) と判定する，
- 符号語 $\boldsymbol{w_1}$ が送信された (送信符号語が $\boldsymbol{w_1}$ である) と判定する，
- 送信された符号語を判定せず，受信語 $\boldsymbol{u}$ に誤りがあることを検出する，

のいずれか (送信符号語の判定，もしくは，受信語の誤り検出) を行う．以下では，受信語 $\boldsymbol{u}$ から，

- 送信符号語を誤りなく判定する確率を正復号率 P_c,
- 送信符号語を誤って判定する確率を誤復号率 P_e,
- 送信符号語を判定せず，受信語 $\boldsymbol{u}$ に誤りがあることを検出する確率を誤り検出率 P_d,

と呼ぶ．なお，正復号率 P_c，誤復号率 P_e，誤り検出率 P_d は $P_c + P_e + P_d = 1$ の関係にある．符号語 $\boldsymbol{w_0}$，$\boldsymbol{w_1}$ の伝送に関する下記の問いに答えよ．



(i) 図の二元対称通信路の通信路行列を示せ．

(ii) 符号長 $n = 3$ の場合の $\boldsymbol{w_0}$ と $\boldsymbol{w_1}$ との間のハミング距離を求めよ．

(iii) 符号長 $n = 3$ の場合，1 ビットまでのビット誤りを訂正可能な復号則 ψ_1 はどのような復号則か，その根拠を示して説明せよ．

(iv) 問い (iii) で求めた復号則 ψ_1 を適用した場合の正復号率 P_{c_1}，誤復号率 P_{e_1}，誤り検出率 P_{d_1} を p を用いて表せ．

(v) 符号長 $n = 3$ の場合，2 ビットまでのビット誤りを検出可能な復号則 ψ_2 はどのような復号則か，その根拠を示して説明せよ．

(vi) 問い (v) で求めた復号則 ψ_2 を適用した場合の正復号率 P_{c_2}，誤復号率 P_{e_2}，誤り検出率 P_{d_2} を p を用いて表せ．

(vii) 二元対称通信路のビット誤り率が $p = 0.1$ であるとする．復号則 ψ_1 の正復号率 P_{c_1}，誤復号率 P_{e_1}，誤り検出率 P_{d_1}，および，復号則 ψ_2 の正復号率 P_{c_2}，誤復号率 P_{e_2}，誤り検出率 P_{d_2} の値を求めよ．

(viii) 問い (vii) で求めた P_{e_1} と P_{e_2} の大小を比較せよ．また，復号則の違いから，そのような大小関係となる理由を説明せよ．

(ix) 問い (iv)(vi)(vii) で求めたように，一般に，同じ符号化則によって生成された符号語を，同じ統計的性質を有する通信路を介して伝送する場合であっても，復号則によって正復号率，誤復号率，誤り検出率は異なったものとなる．問い (vii) で求めた復号則 ψ_1 と復号則 ψ_2 の正復号率，誤復号率，誤り検出率の違いから，それぞれの復号則の導入に適した伝送システムはどのような特徴を持つものか述べよ．

(x) 符号長 n の符号語 $\boldsymbol{w_0} = (0, 0, \cdots\cdots, 0)$ と符号語 $\boldsymbol{w_1} = (1, 1, \cdots\cdots, 1)$ を用いた伝送において，l ビット以下の誤りを訂正し，かつ，$l+1$ ビットから $l+m$ ビット以下の誤りを検出可能とする符号長の最小値 $n_{\min}$ を l，m を用いて表せ．

【信号処理】解答は，黄色の解答用紙に記入すること．

N 個の実数データからなる離散時間信号 $x[n], (n = 0, \cdots, N-1)$ に対して，N 点離散フーリエ変換 (N 点 DFT) は,

$$X_1[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{nk}, \quad (k = 0, \cdots, N-1)$$

$$W_N \triangleq \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi}{N}\right)$$

で定義される．ここで，$X_1[k]$ を DFT 係数と呼ぶ.

一方，N 点離散コサイン変換 (N 点 DCT) は,

$$X_2[k] = C_k \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\frac{(2n+1)k\pi}{2N}, \quad (k = 0, \cdots, N-1)$$

$$C_k \triangleq \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & (k = 0) \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & (k \neq 0) \end{cases}$$

で定義される．ここで，$X_2[k]$ を DCT 係数と呼ぶ.

(i) DFT，DCT 各々の類似点，相違点について詳しく述べよ.

(ii) DFT と DCT はさまざまなシステム，機器に広く応用されている．DFT と DCT 各々について，その変換が組み込まれている実用的なシステムや機器を示し，どのように利用されるかも述べよ.

(iii) N 点 DFT を $O(N \log_2 N)$ で計算するアルゴリズムについて詳しく述べよ．但し，N は 2 のべき乗とする.

(iv) DCT 係数 $X_2[k]$ は，以下のような操作を施した信号に対する DFT から求めることができる．離散時間信号 $x[n], (n = 0, \cdots, N-1)$ を時間反転し，周期 $2N$ で周期的拡張した信号を $\widetilde{x}[n]$ とする．$\widetilde{x}[n], (n = 0, \cdots, 2N-1)$ に対し，$2N$ 点 DFT を行って得られる DFT 係数を $\widetilde{X}_1[k]$ とする．このとき，$X_2[k]$ と $\widetilde{X}_1[k]$ の関係を導き，その解釈を示せ.

【論理回路と計算機システム】 解答は，水色の解答用紙に記入すること．

1．計算機のキーボード上の 0 から 9 の数字が書かれたキーが押されたときに，押されたキーに対応する入力 x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)が 1 となり，i の 2 進数表現 $\boldsymbol{Y} = (y_3 y_2 y_1 y_0)_2$ を出力する符号器（エンコーダ）の回路について考える．ただし，2 進数表現において添え字が小さい方を下位桁とする．

(i) 複数のキーが同時に押されない（複数の x_i が同時に 1 となることはない）とするとき，この符号器の出力 y_0，y_1，y_2，y_3 の論理式をそれぞれ x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)を用いて示せ．

(ii) 問い(i)の論理式で示した符号器の回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは論理否定（NOT），論理和（OR）および論理積（AND）とし，各ゲートの入力数は 5 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合には，その 1 つを示せばよい．

2．入力 $x_0, x_1, \cdots, x_9$ のうち複数の x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)が同時に 1 となることを許し，その場合，同時に 1 となった x_i のうち最大となる i の 2 進数表現 $\boldsymbol{Y} = (y_{n-1} y_{n-2} \dots y_0)_2$ を出力する優先順位付き符号器（プライオリティエンコーダ）の回路について考える．ただし，2 進数表現において添え字が小さい方を下位桁とする．

(i) $0 \leqq i \leqq 3$ とした場合における優先順位付き符号器の真理値表を示せ．

(ii) 問い(i)の真理値表で示した優先順位付き符号器の出力 y_0 および y_1 の論理式をそれぞれ x_i ($0 \leqq i \leqq 3$)を用いた最小積和形で示せ．

3．0 から 9 までの整数の 2 進数表現 $\boldsymbol{A} = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ を入力とし，入力された整数が 3 の倍数であるとき出力 b が 1 となる回路について考える．ただし，2 進数表現において添え字が小さい方を下位桁とする．

(i) この回路のカルノー図を示すと共に，出力 b の論理式を a_i ($0 \leqq i \leqq 3$)を用いた最小積和形で示せ．

(ii) 問い(i)で示した回路の回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは否定論理積（NAND）のみとし，各ゲートの入力数は 4 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合には，その 1 つを示せばよい．

4．計算機のキーボード上の 0 から 9 の数字が書かれたキーが押されたときに，押されたキーに書かれた数字が 2 と 3 の公倍数であれば，ランプが点灯する回路を考える．複数のキーが同時に押されることはなく，押されたキーに対応する入力 x_i ($0 \leqq i \leqq 9$)が 1 となるものとするとき，この回路の回路図を示せ．ただし，問い 1 および問い 3 で設計した回路は図 1 および図 2 に示した記号で表し，入力 c が 1 のときに点灯するランプは図 3 に示した記号で表すものとする．また，これら以外に利用可能な論理ゲートは論理否定（NOT），論理和（OR）および論理積（AND）とし，入力 x_i を分岐させて複数の回路の入力とするような回路構成は考えないこととする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合には，その 1 つを示せばよい．

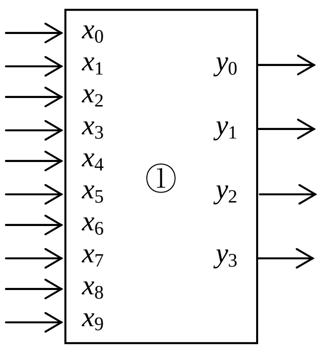


図 1

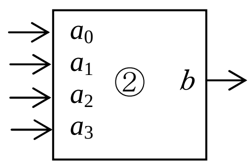


図 2

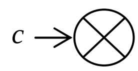


図 3

【データ構造とアルゴリズム】解答は，青色 (7 番) の解答用紙に記入すること.

1. 全順序集合を格納するデータ構造として，以下のヒープと 2 分探索木がある．ヒープは「完全 2 分木の根以外の各節点について，ある節点のデータを x とするとき，その親が保持するデータは x より小さい」という条件を満たす．また 2 分探索木は「2 分木の葉以外の各節点について，ある節点のデータを x とするとき，その左の子を根とする部分木内のデータはすべて x より小さく，右の子を根とする部分木内のデータは全て x より大きい」という条件を満たす．なお，完全 2 分木は「最大レベルを除いたどのレベルも完全に節点が詰まっており，かつ最大レベルでは節点が左に詰められた 2 分木」とする．以下の問いに答えよ．

   (i) 空のヒープに対して，以下のデータをこの順番で挿入することを考える．なお，データの挿入操作は，完全 2 分木の条件を満たす位置へ節点を暫定的に追加し，ヒープの条件を満たすまで，この節点とその親の間で，節点の交換を繰り返すものとする．

   $$9,\ 22,\ 15,\ 1,\ 7,\ 8,\ 10$$

   これらのデータのうち，既に 3 番目までのデータが挿入されたヒープを図 1 に示す．残りのデータを挿入するとき，各データ挿入後のヒープをそれぞれ図示せよ．

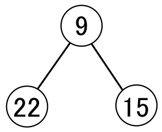


図 1

   (ii) n 個の節点からなる完全 2 分木の高さが， $\lfloor \log_2 n \rfloor$ となることを示せ．ただし，$\lfloor r \rfloor$ は実数 r 以下の最大の整数を表す．

   (iii) 空の 2 分探索木に対して，以下のデータをこの順番で挿入するとき，最終的な 2 分探索木を図示せよ．ただし，最初のデータ 33 を根とし，一度挿入したデータは動かさないこと．

   $$33,\ 44,\ 39,\ 16,\ 9,\ 7,\ 21,\ 12,\ 47,\ 30,\ 50,\ 46$$

   (iv) 問 (iii) で構築した 2 分探索木において，根の 33 を取り除いた後，一つの節点を根へ移すことにより 2 分探索木の条件を再び満たすことを考える．どの節点を移せばよいかすべて答えよ．また，その理由を簡潔に述べよ．

2. プログラム A は，基数ソートを用いて，固定長 M=3 の文字列を辞書式順序で整列するものである．整列対象の文字列の数は N=5, 文字列で用いられる文字の種類の数は K=3 である．このプログラムでは，m=M-1,...,0 の順に，各文字列の m 番目の文字（先頭文字を 0 番目とする）に関してバケットソートを行っており，図２で表されるように m 番目の文字が'a' であれば bucket[0] に，'b' であれば bucket[1] に，'c' であれば bucket[2] に先頭アドレスを持つ連結リストにその文字列を格納している．

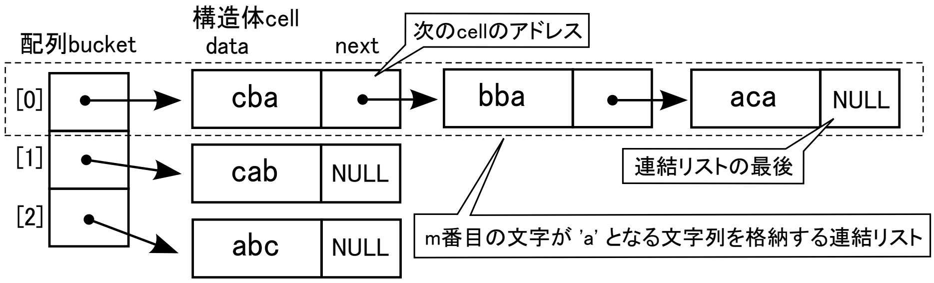


図２

ただし，図２は，プログラム中の ＜α＞ において m=M-1 のときの，bucket[i], i=0,1,2 に先頭アドレスをもつ連結リストの状態を表しており，構造体 cell のメンバー data の部分には，その data のポインタ変数が指す先の文字列が記載されている．このプログラムについて以下の問いに答えよ．

(i) プログラム中の空欄【 1 】～【 5 】を埋めよ．

(ii) プログラム中の＜α＞における m=1 および m=0 のときの bucket[i], i=0,1,2 に先頭アドレスをもつ連結リストの状態を，図２を参考にして図示せよ．

(iii) プログラム実行時の出力結果を示せ．

(iv) プログラムの最悪時間計算量のオーダを，N, K, M を用いて示せ．

プログラム A

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define N 5  /*  整列対象の文字列の数 */
#define M 3  /*  文字列長          */
#define K 3  /*  文字の種類の数   */

struct cell{          /* リストを構成する cell の構造体 */
  char *data;            /*  文字列へのポインタ変数 */
  struct cell *next;  /*  次の cell へのポインタ変数 */
};

/* 連結リストに，str が指す先の文字列を格納する新しい cell を追加 */
struct cell *add_cell(struct cell *init, char *str){
  struct cell *r;
  r = (struct cell *)malloc(sizeof(struct cell));
  r->next = init; r->data = str;     /* リストの先頭に新しい cell を追加 */
  return r;       /* 新しい cell を追加後，連結リストの先頭アドレスを返す */
}

/* init から始まる連結リストを削除 */
int del_list(struct cell *init){
  struct cell *p, *r;
  if(init==NULL) return 0;
  for(p=init; p!=NULL;){
    r=p->next; free(【 1 】); p=r;
      /* ポインター変数 p が指す先の cell を削除 */
  }
  return 0;
}
/* 文字列 s の m 番目の文字に対応する bucket の配列の番号を返す */
int key( char *s, int m){
  if(s[m]=='a') return 0; if(s[m]=='b')  return 1;
  if(s[m]=='c') return 2;
}

int main(){
  char *s[N] = {"cba","bba","abc","cab","aca"};   /* 整列対象の文字列 */
  struct cell *bucket[K], *p;
  int i, j, k, m;

  for(m=【 2 】; m>=0; m--){
    for(i=0; i<K; i++) bucket[i] = NULL;          /* bucket の初期化 */
    for(j=N-1; j>=0; j--){
      k=key(s[j],m);     /* s[j] の m 番目の文字に対応した bucket を選択 */
      【 3 】= add_cell( 【 3 】, 【 4 】); /* 連結リストに s[j] を格納 */
    }
    ＜α＞
    for(i=0, j=0; i<K; i++){
      if(bucket[i]!=NULL){
        for(p=bucket[i]; p!=NULL; p=p->next){
          s[j]=【 5 】; j++;        /* 連結リストのデータを配列 s に戻す */
        }
      }
    }
    for(i=0; i<K; i++)
      del_list(bucket[i]);
                        /* bucket[i] に先頭アドレスを持つ連結リストの削除*/
     printf("m=%d: %s %s %s %s %s\n",k,s[0],s[1],s[2],s[3],s[4] );
  }
  return 0;
}
```

専門用語の英訳

データ構造とアルゴリズム

全順序集合	totally ordered set
2 分木	binary tree
2 分探索木	binary search tree
ヒープ	heap
節点	node
根	root
葉	leaf
親	parent
子	child
最大レベル	maximum level
完全 2 分木	complete binary tree
部分木	subtree
高さ	height
整列	sort
基数ソート	radix sort
固定長	fixed-length
文字列	character string
辞書式順序	lexicographic order
バケットソート	bucket sort
連結リスト	linked list
アドレス	address
構造体	structure
ポインタ	pointer
オーダ	order
最悪時間計算量	worst-case time-complexity

【制御工学】解答は，白色（８番）の解答用紙に記入すること．

1. 次の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムに関して，以下の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{(s+2)^2}{(s+1)^2(s+3)}$$

(i) 正弦波関数 $2\sin 2t$ で表される入力に対して，定常状態での出力は $Y\sin(\omega t + \phi)$ と表される正弦波関数となった．Y と ω の値を求めよ．

(ii) $G(s)$ のボード線図におけるゲイン曲線の角周波数 ω に対する漸近値 $\lim_{\omega\to 0} |G(j\omega)|$ のデシベル値を求めよ．ただし，j は虚数単位を表す．

(iii) $G(s)$ のゲイン曲線の概形を折れ線近似により示せ．ただし，折点角周波数および傾きを明記すること．

(iv) $G(s)$ の位相曲線の漸近値 $\lim_{\omega\to 0} \angle G(j\omega)$ と $\lim_{\omega\to\infty} \angle G(j\omega)$ を求めよ．

2. 状態方程式と出力方程式がそれぞれ

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t)$$

で表現される 1 入力 1 出力システムに対して，以下の問いに答えよ．ただし，

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

とする．

(i) $U(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を求めよ．ただし，$U(s)$ は入力 $u(t)$ のラプラス変換，$Y(s)$ は出力 $y(t)$ のラプラス変換を表すとする．

(ii) 初期状態を $\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ としたときのステップ入力 $u(t) = 1\ (t \geq 0)$ に対する出力 $y(t)\ (t \geq 0)$ を求めよ．

(iii) 入力 $u(t)$ を $u(t) = -fx_1(t) - x_2(t)$ とする状態フィードバック制御を施したシステムが安定となるための，フィードバック係数 f の値に関する必要十分条件を示せ．

(iv) 入力 $u(t)$ を $u(t) = -f_1x_1(t) - f_2x_2(t)$ とする状態フィードバック制御を施したシステムの極が $-1 \pm j4$ となるようなフィードバック係数 f_1 と f_2 の値を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学

伝達関数	transfer function
正弦波関数	sinusoidal function
定常状態	steady state
ボード線図	Bode diagram
ゲイン曲線	log-magnitude curve
デシベル値	decibel value
折れ線近似	piecewise linear approximation
折点角周波数	corner angular frequency
位相曲線	phase-angle curve
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
ラプラス変換	Laplace transform
初期状態	initial state
ステップ入力	step input
状態フィードバック制御	state feedback control
安定	stable
フィードバック係数	feedback coefficient
必要十分条件	necessary and sufficient condition
極	pole